Julius Schärf
Helmut Schierer
Werner Baron



Programmieren mit dem Taschenrechner

SR-56

Texas Instruments SR-56

nbourg Verlag Wien München

FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM

Elektronische Taschenrechner

Herausgeber: Julius Schärf

Die Buchreihe
„FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM“
verhilft zu einer schnellen und sicheren Aneignung von Wissen, das für den beruflichen Aufstieg in der heutigen Leistungsgesellschaft erforderlich ist.

An Hand von vollständig durchgeführten Musterbeispielen dringt der Leser schrittweise in das Wissensgebiet ein. Viele Übungen mit angegebenen Lösungen geben ihm die Möglichkeit, die erworbenen Kenntnisse zu überprüfen und schon bald die ihm aufgetragenen Arbeiten zu bewältigen.

Prof. Dr. Julius Schärf wurde 1925 in Wien geboren. Er unterrichtet seit 1948 an Höheren technischen Lehranstalten. Er hat bereits 1957 die Fachgebiete Datenverarbeitung und technische Statistik, 1963 die Netzplantechnik in den Unterricht an der höheren Abteilung für Betriebstechnik am TGM eingeführt.
Dr. Schärf war einige Jahre in leitender Position in der Datenverarbeitungsindustrie tätig und ist Verfasser des vierbändigen Werks „Mathematik für Höhere technische Lehranstalten“, einiger Lehrbücher und einiger Fachbücher.

Prof. Mag. Helmut Schierer, geboren 1939, studierte an der Universität Wien. Seit 1964 unterrichtet er Mathematik, Physik und Rechenlabor am TGM.

Dipl.-Ing. Dr. techn. Werner Baron, geboren 1940 in Wien, studierte an der TH Wien Technische Mathematik und Moderne Rechentechnik. Er ist seit 1968 Assistent am Institut für Numerische Mathematik der TU Wien. Seit 1976 unterrichtet er am TGM Mathematik und EDV.

JULIUS SCHÄRF
HELMUT SCHIERER
WERNER BARON

PROGRAMMIEREN
MIT DEM TASCHENRECHNER SR-56

Erste Auflage



R. OLDENBOURG VERLAG WIEN MÜNCHEN 1978

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Elektronische Taschenrechner / Hrsg.: Julius Schärf. — Wien, München: Oldenbourg.
(Fortbildung durch Selbststudium)

NE: Schärf, Julius [Hrsg.]

→ Schärf, Julius: Programmieren mit dem Taschenrechner SR-56 [SR sechsundfünfzig]

Schärf, Julius:
Programmieren mit dem Taschenrechner SR-56 [SR sechsundfünfzig] / Julius Schärf; Helmut Schierer; Werner Baron. — 1. Aufl. — Wien, München: Oldenbourg, 1978.
(Elektronische Taschenrechner) (Fortbildung durch Selbststudium)
ISBN 3-7029-0125-6 (Wien)
ISBN 3-486-21921-9 (München)

NE: Schierer, Helmut:; Baron, Werner:

1. Auflage 1978

Druck: R. Spies & Co., Wien

ISBN 3-7029-0125-6 R. Oldenbourg Wien
ISBN 3-486-21921-9 R. Oldenbourg München

Inhaltsverzeichnis

ANWENDUNGEN

Vorwort

Geisttötende Routinerechnungen in einem Statikerbüro bewogen nach 1930 den deutschen Bauingenieur Konrad Zuse, sich mit der Automatisierung von Rechenvorgängen zu beschäftigen. 1941 vollendete er die erste programmgesteuerte Rechenanlage der Welt, seine Z 3. Die EDV trat damit ihren Siegeszug an.

Neue Bauelemente ermöglichten gewaltige Leistungssteigerungen. Neue Impulse brachte die Raumfahrt, unter anderem die Miniaturisierung der Bauteile von Rechnern und ihre Massenfertigung. Damit entstanden Taschenrechner mit der Leistungsfähigkeit von früheren Großanlagen. Hochwertige programmierbare Taschenrechner liegen preislich bereits so günstig, daß sie bald in Schule und Praxis herkömmliche Rechenhilfsmittel verdrängen werden.

Dieses Buch soll den Leser befähigen,

1. mit Hilfe des Taschenrechners die eigenen Rechenprobleme schnell und sicher zu lösen,
2. ohne Vorkenntnisse bald programmieren zu können,
3. die Möglichkeiten seines Taschenrechners voll auszuschöpfen.

Dazu werden sicherlich die vielen ausführlichen Beispiele beitragen.

Im Hinblick auf die Zielsetzung ist das Buch in drei Abschnitte gegliedert:

1. Grundlagen 2. Programmierung 3. Anwendung

Der Leser wird schrittweise mit seinem leistungsfähigen Gerät vertraut gemacht. Bereits am Ende des ersten Abschnitts, in dem das Programmieren noch gar nicht erwähnt wird, ist er imstande, einfache Programme selbst zu erstellen.

Im zweiten Abschnitt wird der Leser mit der Programmiertechnik vertraut gemacht.

Er lernt

- mit den unbedingten und bedingten Sprungbefehlen umzugehen;
- Schleifen zu programmieren;
- die Unterprogrammtechnik zu verstehen;
- das Redigieren von Programmen.

Im dritten Abschnitt ist die Lösung vieler Probleme vollständig durchgeführt: Problemstellung, mathematische Formulierung, Programm, Programmdurchführung, Bemerkungen zum Programm.

Der Leser wird hier befähigt, Probleme in der Sprache des Rechners zu formulieren. In vielen Fällen wird er eines dieser Beispiele direkt auf seine Probleme anwenden können.

Die vorliegenden Ausführungen beziehen sich, wie schon aus dem Titel hervorgeht, auf den weitverbreiteten Texas Instruments-Taschenrechner SR-56, der sich durch hohe Rechengenauigkeit, Zuverlässigkeit und niedrigen Preis auszeichnet.

Wir danken für Verbesserungsvorschläge, insbesondere den Herren Mag. Robert Strecha, Dr. Tobias Schläpfer und Mag. Heinz Stegbauer, und bitten alle Leser um Kritik und Anregungen.

Zu Dank verpflichtet sind wir der Firma Texas Instruments für die Genehmigung, aus ihrer Firmenliteratur zitieren zu dürfen.

Ferner danken wir dem Verlag R. Oldenbourg für das Eingehen auf unsere Wünsche.

Wien, März 1978 *Julius Schärf, Helmut Schierer, Werner Baron*

Grundlagen

1. Tastatur für manuelle Bedienung

ON	Ein-Aus-Schalter.
G D	Wahl des Winkelmodus **G** . . . Neugrade, **D** . . . Altgrade . . .[1]
2nd	Präfixtaste zum Umschalten auf die zweite Funktion, die in gelber Schrift[2] unmittelbar über der Taste auf der Abdeckung angebracht ist.
	Statt 2nd $f(x)$ schreiben wir kurz $*f(x)$
*RAD	Wahl der Winkeleinheit im Bogenmaß.

[1] Der Winkelmodus **R** wird durch 2nd RAD eingeschaltet.

[2] $f(n)$ in blauer Schrift.

Zahleneingabe

0 bis 9	Zifferntasten.
•	Eingabe des Dezimalkommas.
*π	Eingabe des Werts von π.
+/−	Vorzeichenwechseltaste.
EE	*enter exponent* Ist vor Eingabe des Exponenten zu drücken. Schaltet den Rechner auf Gleitkommamodus um, wenn zuvor 10 oder weniger Stellen vor dem Dezimalpunkt eingegeben oder ausgewiesen werden.
INV EE	Aufhebung der Gleitkommaform.

Anzeigeformat

*fix n	Ergebnisse werden in Normalschreibweise mit (höchstens) n Nachkommastellen angezeigt[1].
INV *fix	Aufhebung der Festlegung der Nachkommastellen, wenn $10^{-10} < \|x\| < 10^{10}$ ist.

Löschtasten

CE	*clear entry* Löscht die letzte Tastatureingabe.
CLR	Löscht die laufende Rechnung und die Anzeige. Speicherinhalte bleiben unverändert.
*CMs	*clear memories* Löscht alle adressierbaren Speicherregister.

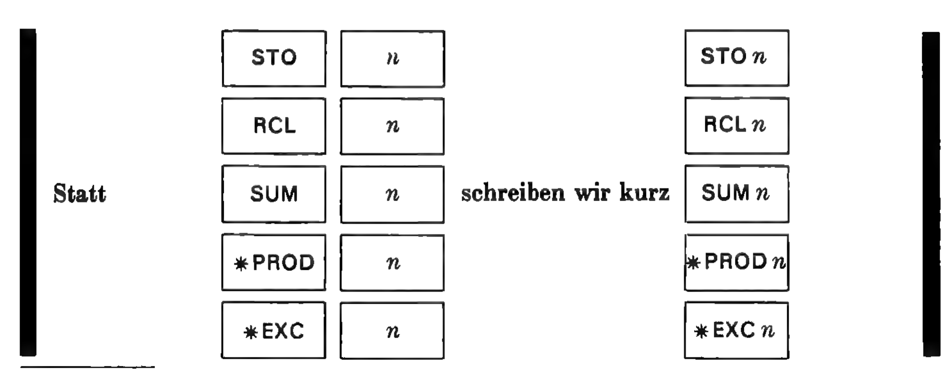
---

[1] $0 \leqq n \leqq 8$

Umordnen von Daten

[$x \leftrightarrow t$]	Vertauscht die Inhalte von X- und T-Register.
[STO] [n] . . .[1]	Speichert die angezeigte Zahl im Speicher n.
[RCL] [n]	Ruft den Inhalt des Speichers n ab.
[SUM] [n]	Addiert die angezeigte Zahl zum Inhalt des Speichers n und speichert das Resultat im Speicher n.
[*PROD] [n]	Multipliziert den Inhalt des Speichers n mit der angezeigten Zahl und speichert das Resultat im Speicher n.
[*EXC] [n]	*exchange* Vertauscht den Inhalt des Speichers n mit der angezeigten Zahl.
[INV] [SUM] [n]	Subtrahiert die angezeigte Zahl vom Inhalt des Speichers n und speichert das Resultat im Speicher n.
[INV] [*PROD] [n]	Dividiert den Inhalt des Speichers n durch die angezeigte Zahl und speichert das Resultat im Speicher n.

Beachte:



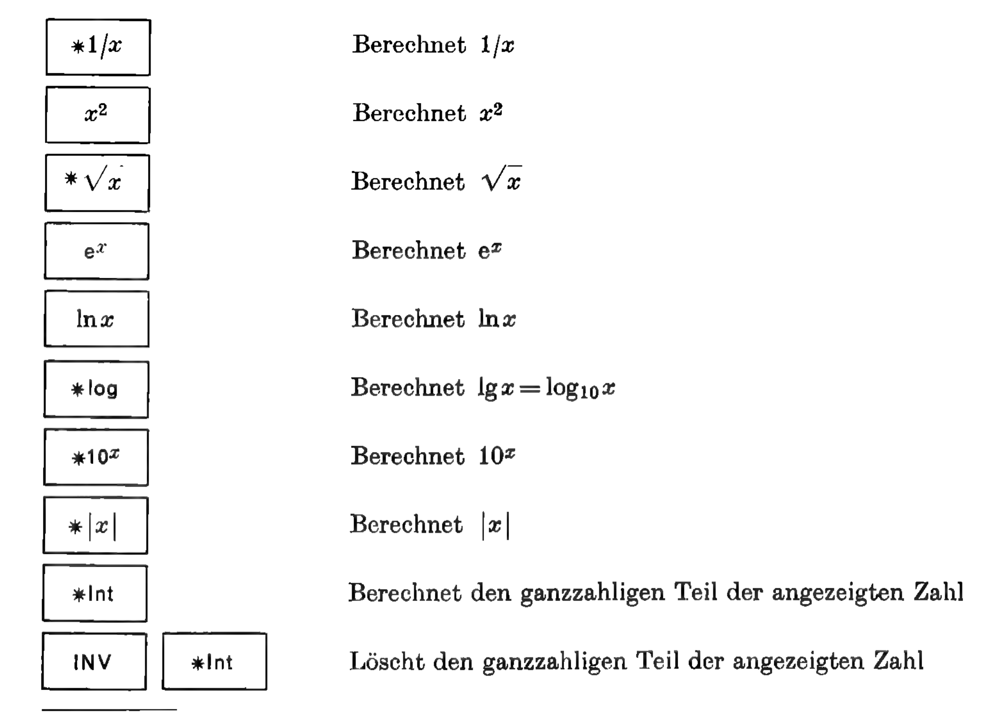
[1] $0 \leqq n \leqq 9$

Arithmetische Funktionstasten

+	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Addition gespeichert. ...[1]
−	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Subtraktion gespeichert. ...[1]
×	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Multiplikation gespeichert. ...[1]
:	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Division gespeichert. ...[1]
=	Führt alle noch nicht ausgeführten Rechenschritte des eingetasteten arithmetischen Ausdrucks durch.

Funktionen in einer Variablen

Die angezeigte Zahl sei x.



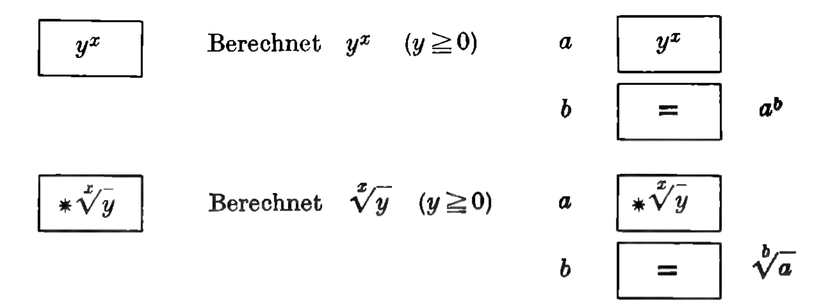
$*1/x$	Berechnet $1/x$
x^2	Berechnet x^2
$*\sqrt{x}$	Berechnet $\sqrt{x}$
e^x	Berechnet e^x
$\ln x$	Berechnet $\ln x$
$*\log$	Berechnet $\lg x = \log_{10} x$
$*10^x$	Berechnet 10^x
$*\lvert x \rvert$	Berechnet $\lvert x \rvert$
$*$Int	Berechnet den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl
INV $*$Int	Löscht den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl

[1] Genauere Beschreibung auf Seite 18.

sin	Berechnet $\sin x$	Modus **R**: $x \triangleq \widehat{\alpha}$
cos	Berechnet $\cos x$	Modus **D**: $x \triangleq \alpha^{\circ}$
tan	Berechnet $\tan x$	Modus **G**: $x \triangleq \alpha^{g}$

INV sin	Berechnet $\arcsin x$	Modus **R**: $\arcsin x \triangleq \widehat{\alpha}$
INV cos	Berechnet $\arccos x$	Modus **D**: $\arcsin x \triangleq \alpha^{\circ}$
INV tan	Berechnet $\arctan x$	Modus **G**: $\arcsin x \triangleq \alpha^{g}$

Funktionen in zwei Variablen



Statistische Funktionen

*/(n) | Σ+ — Summen-Plus-Taste zur Eingabe von Datenpunkten

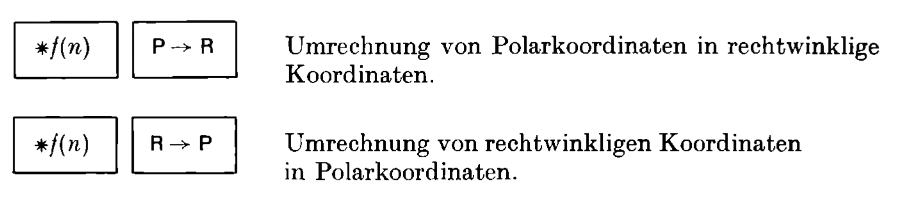
*/(n) | Σ− — Summen-Minus-Taste
zum Löschen von ungewollten Dateneingaben bei statistischen Berechnungen

*/(n) | Mean — Berechnet den Mittelwert

*/(n) | S.Dev. — Berechnet die Standardabweichung mit $(n-1)$-Wichtung

Umrechnungstasten

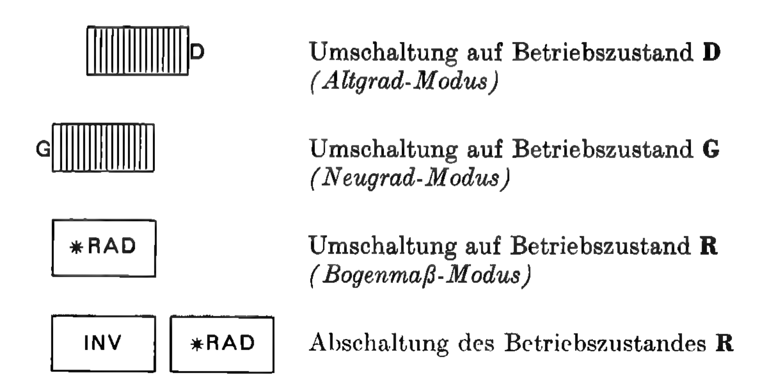
Rechtwinklige Koordinaten ↔ Polarkoordinaten



Umrechnung von Polarkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten.

Umrechnung von rechtwinkligen Koordinaten in Polarkoordinaten.

Winkelmodi



Umschaltung auf Betriebszustand **D**
(Altgrad-Modus)

Umschaltung auf Betriebszustand **G**
(Neugrad-Modus)

Umschaltung auf Betriebszustand **R**
(Bogenmaß-Modus)

Abschaltung des Betriebszustandes **R**

2. Zahlendarstellungen

2.1. Normalschreibweise

Ergebnisse x, für die

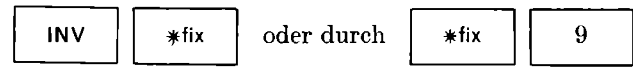
$$1 \cdot 10^{-10} \leqq |x| < 1 \cdot 10^{10}$$

gilt, werden in der üblichen Form *zzzzzz.zzzz* angezeigt, wobei zu beachten ist, daß der Rechner intern 12 Stellen[1] errechnet.

Beachte: Alle Zifferneingaben nach der 10. Stelle werden ignoriert.

2.2. Fixkommaschreibweise

Man kann durch Drücken der Tasten



$0 \leqq n \leqq 8$ ...[2]

bewirken, daß der Inhalt des X-Registers mit (höchstens) n Stellen hinter dem Komma angezeigt wird[2].

Die letzte Ziffer wird gerundet.

Für die weiteren Berechnungen wird der ungerundete Wert verwendet.

Die Fixkommaeinstellung kann durch

INV *fix oder durch *fix 9

aufgehoben werden.

2.3. Gleitkommadarstellung

Ergebnisse x, für die

$$|x| \geqq 1 \cdot 10^{10} \quad \text{oder} \quad |x| < 1 \cdot 10^{-10}$$

gilt, werden in **normierter Gleitkommadarstellung** angegeben.

$$x = m \cdot 10^n$$

m ... Mantisse $1 \leqq m < 10$

n ... Exponent (ganze Zahl)

In der Anzeige des Rechners erscheinen nur die beiden Parameter m und n in der Form

$$m_1 \cdot m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 m_7 m_8 m_9 m_{10} \pm n_1 n_2$$

Beachte: Die interne Rechengenauigkeit des Texas-Rechners SR-56 beträgt 12 Stellen[1], unabhängig von der angezeigten Zahl.

Die Anzeige wird auf höchstens 10 Stellen gerundet. Die 2 nichtangezeigten Stellen dienen zum Auffangen von Rundungsfehlern.

---

[1] Bei einigen Funktionen 13 Stellen.

[2] fix ist eine Abkürzung für *fixpoint* (engl.).

Beim SR-56 wird eine eingetastete Gleitkommazahl normiert, sobald eine Funktions- oder Operationstaste gedrückt wird. Die Gleitkommaform kann durch

| INV | | EE | für $10^{-10} \leqq |x| < 10^{10}$ wieder aufgehoben werden.

Eine Gleitkommazahl muß in folgender Form eingegeben werden:

1. Mantisse
2. | +/− |, falls die Mantisse negativ ist
3. | EE |
4. Ein- oder zweistelliger Exponent
5. | +/− | , falls der Exponent negativ ist.

Die Schritte 4 und 5 können vertauscht werden oder unterbleiben.

Die EE-Taste kann man auch zum Abschneiden der letzten Stellen einer Zahl benützen:

Das Drücken der EE-Taste bewirkt, daß der Rechner nur noch mit der augenblicklich in der Anzeige ausgewiesenen Zahl weiterrechnet.

| X | | 1 | | EE | | = |

bewirkt die Umschaltung des Rechners auf die Gleitkommaform[1].

[1] Die im Anzeigenregister stehende Zahl wird mit $1 \cdot 10^0$ multipliziert.

ÜBUNGEN

Stelle folgende Zahlen im genormten Gleitkommaformat dar:

2.01. $124{,}5 =$ ....

2.02. $0{,}17 =$

2.03. $30\,070 =$ ....

2.04. $-5\,100\,000 =$ ....

2.05. $0{,}000\,814\,3 =$ ....

2.06. $-5{,}185 =$ ....

2.07. $-35\,920\,000\,000 =$

2.08. $0{,}000\,000\,273\,2 =$ ....

2.09. $843 \cdot 10^{4} =$ ....

2.10. $0{,}025 \cdot 10^{-3} =$

2.11. $0{,}0064 \cdot 10^{8} =$ ....

2.12. $-4967 \cdot 10^{-6} =$ ....

Schreibe folgende Gleitkommazahlen in konventioneller Form:

2.13. $2{,}5 \cdot 10^{3} =$ ....

2.14. $6{,}7 \cdot 10^{-2} =$ ....

2.15. $-9{,}6 \cdot 10^{8} =$ ....

2.16. $-2{,}9 \cdot 10^{-5} =$ ....

2.17. $49 \cdot 10^{3} =$ ....

2.18. $0{,}21 \cdot 10^{4} =$ ....

2.19. $6391 \cdot 10^{-6} =$ ....

2.20. $-0{,}055 \cdot 10^{8} =$ ....

3. Grundrechnungen

a [○] ○ steht hier für +, −, ×, :

b  *a* ○ *b*

ÜBUNGEN

Die Ergebnisse sind mit 2 Nachkommastellen anzugeben.

3.01. $8{,}12 + 9{,}13 =$

3.02. $173{,}97 + 17{,}873 =$ ....

3.03. $16{,}43 - 19{,}275 =$

3.04. $148{,}12 - 12{,}87 =$

3.05. $14{,}697 \cdot 0{,}728 =$ ....

3.06. $1789{,}3 \cdot 17{,}82 =$ ....

3.07. $6405{,}16 : 16{,}72 =$ ....

3.08. $873{,}5 : \pi =$

3.09. $8{,}5 + (-9{,}2) =$ ....

3.10. $(-17{,}21) + 12{,}19 =$ ....

3.11. $173{,}6 - (-19{,}7) =$ ....

3.12. $(-576{,}42) - (-214{,}16) =$ ....

3.13. $14{,}19 \cdot (-12{,}97) =$ ....

3.14. $(-0{,}234) \cdot 173{,}87 =$ ....

3.15. $63{,}97 : (-97{,}63) =$ ....

3.16. $(-193{,}12) : 11{,}87 =$ ....

4. Reihenfolge der Rechenoperationen

Der beschriebene Texas-Instruments-Rechner verwendet das **algebraische Operationssystem,** genannt **AOS.**

Dieses System verarbeitet die Zahlen so, wie es in allen Schulen gelehrt wird.

Beim SR-56 haben wir 5 Operationsstufen:

Stufe 1: Sonderfunktionen
Stufe 2: Potenzen (y^x) und Wurzeln $\left(\sqrt[x]{y}\right)$
Stufe 3: Multiplikation und Division
Stufe 4: Addition und Subtraktion
Stufe 5: Gleichheitsanweisung

Zu 1: Das Argument x wird durch $f(x)$ ersetzt.

Operationen der Stufe n werden erst durchgeführt, wenn alle Operationen der Stufe 1 bis $n-1$ bereits durchgeführt sind.

Operationen mit gleicher Rangordnung werden in der Reihenfolge ihrer Eingabe durchgeführt.

Mit der Gleichheitsanweisung werden alle Operationen abgeschlossen.

BEISPIELE

Eingabe	Taste	Anzeige	Bemerkung
2	+	2.	Anweisung zur Addition 2 +
7	=	9.	Addition abgeschlossen

Eingabe	Taste	Anzeige	Bemerkung
2	+	2.	
4	+	6.	Abschluß der Addition 2 + 4 Anweisung zur Addition (2 + 4) +
3	=	9.	Endresultat

Eingabe	Taste	Anzeige	Bemerkung
2	×	2.	Anweisung zur Multiplikation 2 ×
3	+	6.	Multiplikation 2 · 3 abgeschlossen; Anweisung für (2 · 3) +
4	=	10.	Endresultat

1	+	1.	
2	×	2.	kein Zwischenresultat möglich
3	=	7.	zuerst Abschluß der Multiplikation, dann Abschluß der Addition

---

3	y^x	3.	
4	+	81.	Abschluß der Potenzierung 3^4; Speicherung von $3^4 +$
9	=	90.	Abschluß der Addition $3^4 + 9$

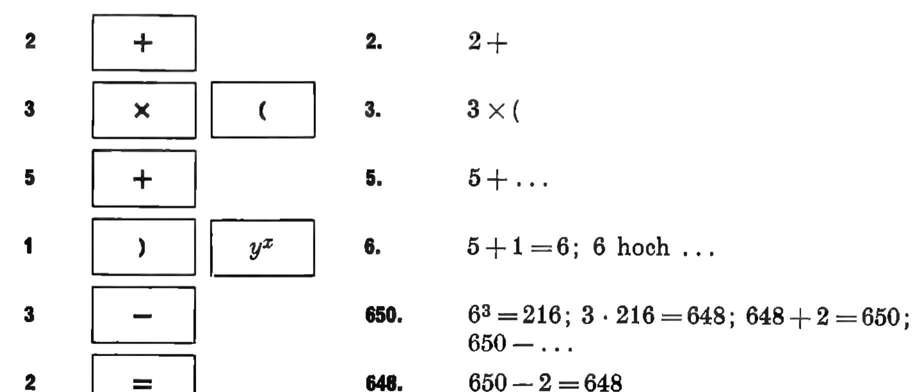
5	+	5.	
4	×	4.	kein Abschluß möglich; $5 + 4 \times$
2	y^x	2.	kein Abschluß möglich; 2 hoch
3	=	37.	Abschluß von 2^3, dann von $4 \cdot 2^3$ und dann von $5 + (4 \cdot 2^3)$

Der SR-56 kann auch mit Klammern rechnen.

> Der SR-56 akzeptiert 9 Klammerebenen mit bis zu 7 unvollständigen Operationen[1].

BEISPIEL

$2 + 3\,(5 + 1)^3 - 2 = 648$



2	+		2.	$2 +$
3	×	(	3.	$3 \times ($
5	+		5.	$5 + \ldots$
1	)	y^x	6.	$5 + 1 = 6$; 6 hoch ...
3	−		650.	$6^3 = 216$; $3 \cdot 216 = 648$; $648 + 2 = 650$; $650 - \ldots$
2	=		648.	$650 - 2 = 648$

[1] Höchstens 7 Operationen können zusammen mit den Daten im Rechner gespeichert und nicht sofort abgeschlossen werden.

5. **Zusammengesetzte Grundrechnungen**

Additionsketten

			Anzeige:
$a+b-c+\ldots$	a	+	a
	b	−	$a+b$
	c	+	$a+b-c$

Multiplikationsketten

$\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$	a	 ×	a
	b	 :	$a \cdot b$
	c	:	$\frac{a \cdot b}{c}$
	d	=	$\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$

Summe von Produkten

Der Aufbau der Register ermöglicht die direkte Berechnung von Summen von Produkten ohne Benützung der Speicher.

			Anzeige:
$a \cdot b+c \cdot d$	a	×	a
	b	+	$a \cdot b$
	c	×	c
	d	=	$ab+cd$

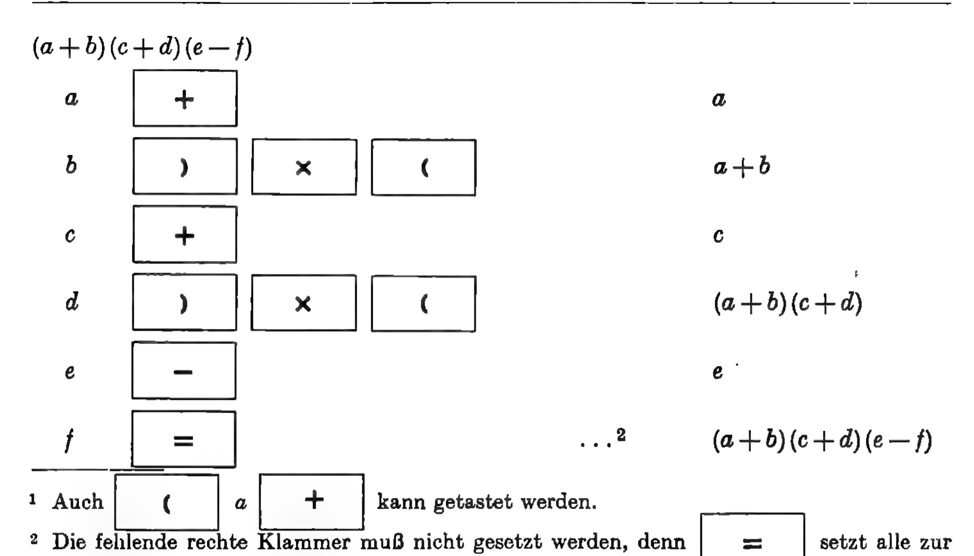
Multiplikation einer Summe

					Anzeige:
$(a+b)\cdot c$	a	[+]		$\ldots$[1]	a
	b	[ )]	[×]		$a+b$
	c	[=]			$(a+b)c$

$(a-b):c$	a	[−]		a
	b	[ )]	[:]	$a-b$
	c	[=]		$(a-b)/c$

Produkt von Summen

$(a+b)(c+d)$	a	[+]				a
	b	[ )]	[×]	[( ]		$a+b$
	c	[+]				c
	d	[=]			$\ldots$[2]	$(a+b)(c+d)$



[1] Auch [( ] a [+] kann getastet werden.

[2] Die fehlende rechte Klammer muß nicht gesetzt werden, denn [=] setzt alle zur Vervollständigung der Rechnung notwendigen Klammern und schließt alle Rechnungen ab.

BEISPIELE

1. $$\frac{111}{46{,}7-28{,}2}$$

111	:	(		
46.7	−			
28.2	=			6.

2. $$\frac{(3{,}18-0{,}63)(2{,}74+6{,}4)}{19(5{,}43-6{,}02+0{,}11)}$$

3.18	−			
.63	)	×	(	
2.74	+			
6.4	)	:		
19	:	(		
5.43	−			
6.02	+			
.11	=			−2.556

3. $$\frac{23{,}8+72{,}5}{403-\dfrac{2040}{1{,}14+2{,}77}}$$

23.8	+			
72.5	)	:	(	
403	−			
2040	:	(		
1.14	+			
2.77	=			−0.8110

ÜBUNGEN

5.01. $42{,}28 + 84{,}15 - 62{,}38 + 59{,}52 - 46{,}12 =$ ....

5.02. $0{,}3193 + 0{,}7801 + 0{,}4973 - 1{,}635 =$ ....

5.03. $0{,}966 \cdot 0{,}717 \cdot 5{,}086 \cdot (-0{,}0649) =$ ....

5.04. $514{,}6 \cdot 8{,}423 \cdot (-0{,}11) \cdot 11{,}91 \cdot (-6146) =$ ....

5.05. $\dfrac{7{,}7 \cdot 62{,}94}{10{,}42} =$ ....

5.06. $\dfrac{14{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 40{,}72}{7{,}813 \cdot 10^{5}} =$ ....

5.07. $\dfrac{2{,}12}{6{,}13 \cdot 8{,}7} =$ ....

5.08. $\dfrac{4630}{70{,}2 \cdot 3{,}91} =$ ....

5.09. $9{,}2 \cdot (-18{,}9) : (-6{,}17) =$ ....

5.10. $1000 : (635{,}9 \cdot 0{,}9397) =$ ....

5.11. $\dfrac{763 \cdot 5{,}37 \cdot 0{,}0673}{2\,150\,000 \cdot 0{,}000\,059} =$ ....

5.12. $\dfrac{0{,}004\,25 \cdot 33{,}4 \cdot 432}{1021 \cdot 0{,}789 \cdot 24{,}7} =$ ....

5.13. $(92{,}2 - 53{,}9) \cdot 4806 =$ ....

5.14. $47\,260 \cdot 0{,}0295 + 6691 =$ ....

5.15. $\dfrac{5{,}568 + 6{,}819}{5{,}988 \cdot 10^{-8}} =$

5.16. $\dfrac{3{,}281}{33{,}05} - 0{,}5444 =$ ....

5.17. $1840 - 20{,}2 \cdot 28{,}4 =$ ....

5.18. $5{,}064 \cdot 10^{14} (77{,}65 + 9{,}965) =$ ....

5.19. $7{,}532 - \dfrac{96{,}9 \cdot 58{,}37}{616{,}2} =$ ....

5.20. $\dfrac{2{,}165 \cdot 10^{5}}{632{,}2 - 468{,}9 + 559{,}8} =$ ....

5.21. $2{,}569 \cdot 77{,}62 - \dfrac{716{,}6}{99{,}65} + 1{,}62 \cdot 5{,}194 \cdot 0{,}89 =$ ....

5.22. $\dfrac{4566 - 6104}{(0{,}4181 + 0{,}4067)(0{,}0426 - 0{,}8799)} =$ ....

5.23. $41{,}61 - 6{,}03 \left(7{,}593 + \dfrac{73{,}82}{6{,}869}\right) =$ ....

5.24. $7{,}656 \cdot 10^{5} \left(5{,}61 + \dfrac{484}{1210 - 2005}\right) =$ ....

5.25. $8647 : [4873 + 18(2{,}37 - 56{,}01)] =$ ....

5.26. $16{,}38 - \dfrac{0{,}923}{0{,}126 - \dfrac{5637}{6824}} =$ ....

5.27. $\dfrac{8{,}345 \cdot 10^{-12}}{9{,}66 \cdot 10^{5} + \dfrac{6{,}61 \cdot 10^{4}}{8{,}5 \cdot 10^{-3} - 9{,}09 \cdot 10^{-2}}} =$ ....

6. Funktionen in einer Variablen

Das Drücken der Funktionstaste bewirkt die Berechnung des Funktionswerts der angezeigten Zahl.

Alle anderen Speicher bleiben unverändert.

Beachte: Bei den Beispielen und Übungen dieses Abschnitts geben wir jeweils 4 geltende Ziffern an!

6.1. Kehrwert 1/x

BEISPIELE

1.	$1 : 495{,}87$	**495.87**	$*1/x$			**0.002017**
2.	$1 : 5{,}13 \cdot 10^{-7}$	**5.13**	EE	+/−		
		7	$*1/x$			**1.949 06**
3.	$5{,}12 + \frac{1}{23{,}95}$	**5.12**	+			
		23.95	$*1/x$	=		**5.162**
4.	$\frac{1}{\frac{1}{18{,}5} + \frac{1}{53{,}9}}$	**18.5**	$*1/x$	+		
		53.9	$*1/x$	=	$*1/x$	**13.77**

ÜBUNGEN

6.01. $1/6{,}092$ ....

6.02. $1/0{,}001\,942$ ....

6.03. $1/(16{,}32 \cdot 10^{-3})$ ....

6.04. $1/(3{,}1967 \cdot 10^{5})$ ....

6.05. $\frac{1}{46{,}2} - \frac{1}{50{,}9} + \frac{1}{72{,}8} - \frac{1}{11{,}5}$ ....

6.06. $\frac{1}{x} = \frac{1}{6{,}17} - \frac{1}{8{,}12} + \frac{1}{9{,}32} - \frac{1}{3{,}12}$ $x =$ ....

6.07. $\frac{1}{y} = \frac{1}{1732} + \frac{1}{1912} + \frac{1}{1617} + \frac{1}{1238}$ $y =$ ....

6.08. $\frac{1}{R} = \frac{1}{5{,}2 \cdot 10^{6}} + \frac{1}{12{,}3 \cdot 10^{6}}$ $R =$ ....

6.2. Quadratzahl x^2

BEISPIELE

1.	$0{,}083^2$	.083	x^2		0.006889
2.	$1 : 3{,}81^2$	3.81	x^2	$* 1/x$	0.06889
3.	$5 + 0{,}91^2$	5	+		
		.91	x^2	=	5.828
4.	$17{,}2^2 : 0{,}18^2$	17.2	:		
		.18	=	x^2	9131.
5.	$3{,}495^4$	3.495	x^2	x^2	149.2

ÜBUNGEN

6.09. $1{,}763^2 =$ ....

6.10. $0{,}743^2 =$ ....

6.11. $(4{,}16 \cdot 10^{-4})^2 =$ ....

6.12. $(2{,}11 \cdot 10^{13})^2 =$ ....

6.13. $39{,}17 + 6{,}03^2 =$ ....

6.14. $2{,}18 - 0{,}92^2 =$ ....

6.15. $17{,}8^2 \cdot 63{,}92 =$

6.16. $8{,}34 : 4{,}32^2 =$ ....

6.17. $16{,}3^2 + 8{,}2^2 =$ ....

6.18. $19{,}35^2 : 7{,}32^2 =$ ....

6.19. $(6{,}38 \cdot 0{,}192)^4 =$ ....

6.20. $12{,}3 + (37{,}2 - 8{,}37)^2 =$ ....

6.3. Quadratwurzel $\sqrt{x}$

BEISPIELE

1.	$\sqrt{0{,}8926}$	.8926	* $\sqrt{x}$			0.9448
2.	$1 : \sqrt{219{,}2}$	219.2	* $\sqrt{x}$	* $1/x$		0.06754
3.	$6{,}92 - \sqrt{54{,}3}$	6.92	−			
		54.3	* $\sqrt{x}$	=		−0.4489
4.	$\sqrt{12{,}5^2 + 6{,}9^2}$	12.5	x^2	+		
		6.9	x^2	=	* $\sqrt{x}$	14.28
5.	$\sqrt[8]{0{,}1}$	.1	* $\sqrt{x}$	* $\sqrt{x}$	* $\sqrt{x}$	0.7499

ÜBUNGEN

6.21. $\sqrt{0{,}008\,52} =$ ....

6.22. $\sqrt{193\,816} =$

6.23. $\sqrt[4]{0{,}1985} =$ ....

6.24. $\sqrt[16]{309{,}17} =$ ....

6.25. $16{,}7 + \sqrt{412{,}3} =$ ....

6.26. $9{,}82 - \sqrt{193{,}5} =$ ....

6.27. $8{,}12 \cdot \sqrt{91{,}8} =$ ....

6.28. $3{,}19^2 : \sqrt{34{,}7} =$ ....

6.29. $\sqrt{14{,}3 + 2{,}12} =$ ....

6.30. $\sqrt{173{,}2 : 9{,}17} =$

6.31. $\sqrt{16{,}72} : \sqrt{2{,}167} =$ ....

6.32. $\sqrt{19{,}85} - \sqrt{85{,}19} =$ ....

6.33. $\sqrt{46{,}1^2 + 17{,}22^2} =$

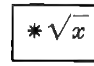
6.34. $\sqrt{9{,}17 - 3{,}18 \cdot \sqrt{0{,}34}} =$ ....

6.35. $1 : \sqrt{212{,}3} =$

6.36. $1 : \sqrt[4]{\pi} =$ ....

6.4. Kreiszahl π

BEISPIELE

1.	$3{,}76\pi$	3.76	×	*π	=		11.81
2.	$19{,}8^2 \cdot \pi$	19.8	x^2	×	*π	=	1232.
3.	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{12{,}3}{9{,}81}}$	12.3	:				
		9.81	=	 *√x	:		
		2	:	*π	=		0.1782

ÜBUNGEN

6.37. $13{,}7^2\pi =$

6.38. $0{,}182^2 \frac{\pi}{4} =$ ....

6.39. $17{,}8\pi =$ ....

6.40. $397{,}2 : \pi =$ ....

6.41. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{19{,}4}{87{,}5}} =$ ....

6.42. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{0{,}081}{0{,}92^2}} =$ ....

6.43. $4\pi \cdot 10^{-7} =$

6.44. $\frac{95{,}08}{4\pi \cdot 3{,}15^2} =$ ....

Berechne den *Flächeninhalt* des Kreises.

6.45. $r = 9{,}4$ m $\quad A =$ ....

6.46. $r = 0{,}82$ m $\quad A =$ ....

6.47. $d = 3{,}92$ dm $\quad A =$ ....

6.48. $d = 152$ mm $\quad A =$ .... cm²

Berechne den *Rauminhalt* und die *Oberfläche* der Kugel.

$$V = \frac{4\pi}{3} r^3; \quad A_O = 4\pi r^2$$

6.49. $r = 4{,}3$ dm $\quad V =$ .... $\quad A_O =$ ....

6.50. $d = 7{,}2$ cm $\quad V =$ .... $\quad A_O =$ ....

Berechne den *Durchmesser* des Kreises.

6.51. $A = 17{,}2$ cm² $\quad d =$ ....

6.52. $u = 49{,}5$ dm $\quad d =$

Berechne die *Masse* des Rundstabs aus Stahl ($\varrho = 7{,}85$ kg/dm³).

6.53. $d = 15$ mm; $\quad l = 870$ mm $\quad m =$ .... kg

6.54. $d = 35$ mm; $\quad l = 58$ cm $\quad m =$ .... dag

6.5. Exponentialfunktion e^x

BEISPIELE

1.	$e^{-2,163}$	2.163	+/−	e^x	0.1150
2.	$5 : e^{0,724}$	5	:		
		.724	e^x	=	2.424
3.	$\ln x = -1{,}234$ ($x = e^{-1,234}$)	1.234	+/−	e^x	0.2911

ÜBUNGEN

6.55. $e =$ ....

6.56. $e^{0,832} =$ ....

6.57. $e^{-1,12} =$

6.58. $e^{-0,195} =$ ....

6.59. $3{,}8 \cdot e^{3,4} =$ ....

6.60. $e^{-3,12} : 0{,}085 =$ ....

6.61. $3{,}19 + e^{0,872} =$ ....

6.62. $-e^{-1,23} + 1{,}23 =$ ....

6.63. $e^{3,12 \cdot 6,18} =$ ....

6.64. $e^{-1,23^2} =$ ....

6.65. Bei logarithmischen Spiralen gilt: $A = \frac{C^2}{4a}(e^{2a\varphi_2} - e^{2a\varphi_1})$

Berechne A, wenn $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 2\pi$, $a = 0{,}25$ und $C = 1{,}5$ ist.

6.66. Ein Lederriemen umschlingt eine Stahlscheibe. Der Umschlingungswinkel beträgt 160°. Wie groß muß bei $\mu = 0{,}28$ eine Kraft S_2 sein, um ein Gewicht $S_1 = 1500$ N gleichförmig zu heben?

Es gilt: $S_2 = S_1\, e^{\mu \cdot \operatorname{arc}\alpha}$ $\quad$ $(\operatorname{arc}\alpha = \widehat{\alpha})$

6.6. Exponentialfunktion 10^x

BEISPIELE

1.	$10^{-2,164}$	2.164	+/−	*10^x	0.006855
2.	$10^{0,27} : 13,92$	.27	*10^x	:	
		13.92	=		0.1338
3.	$\lg x = 0,345 - 2$ ($x = 10^{0,345-2}$)	.345	−		
		2	=	*10^x	0.02213

ÜBUNGEN

6.67. $10^{-3,175} =$ ....

6.68. $10^{4,152} =$ ....

6.69. $\lg x = -8,172$
$x =$

6.70. $\lg x = 3,1987$
$x =$

6.71. $6,74 \cdot 10^{2,128} =$

6.72. $19,8^2 : 10^{-1,276} =$ ....

6.73. $5,13 - 10^{0,827} =$ ....

6.74. $\sqrt{8,92} - 5 \cdot 10^{-0,923} =$ ....

6.75. $10^{2,9-3 \cdot 0,875} =$ ....

6.76. $3,2 \cdot e^{4,32} - \sqrt{5,76} \cdot 10^{1,819} =$ ....

6.7. Natürlicher Logarithmus ln*x*

Argument: $x > 0$

Es gilt: $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

BEISPIELE

		Eingabe	Taste	Taste	Anzeige
1.	$\ln 6{,}195$	6.195	$\ln x$		1.824
2.	$17{,}2 \cdot \ln 4{,}32$	17.2	×		
		4.32	$\ln x$	=	25.17
3.	$6{,}4^2 \cdot \ln 15{,}2 - 3{,}6 \cdot \ln 0{,}32$	6.4	x^2	×	
		15.2	$\ln x$	−	
		3.6	×		
		.32	$\ln x$	=	115.6
4.	$\log_2 412{,}5$	412.5	$\ln x$	:	
		2	$\ln x$	=	8.688
5.	$16{,}52^x = 9{,}825$	9.825	$\ln x$	:	
	$x = \dfrac{\ln 9{,}825}{\ln 16{,}52}$	16.52	$\ln x$	=	0.8147

ÜBUNGEN

6.77. $\ln 418 =$ ....

6.78. $\log_5 1{,}596 =$ ....

6.79. $\ln 0{,}0891 =$ ....

6.80. $\log_4 0{,}1 =$ ....

6.81. $6{,}9 + 5 \ln 1{,}23 =$ ....

6.82. $\ln 19{,}3 - \dfrac{6{,}7}{\ln 0{,}82} =$ ....

6.83. $\ln \dfrac{46{,}9}{6{,}8 - 0{,}92} =$

6.84. $\ln \sqrt{\dfrac{32{,}7}{1 - e^{-0{,}22}}} =$ ....

6.85. $2{,}873^x = 0{,}841$ $x =$ ....

6.86. $8^{x-0{,}16} = 45{,}3$ $x =$ ....

6.87. $C = \dfrac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln \frac{a}{r}} \cdot l$

Berechne die Kapazität C für

$\varepsilon_r = 1{,}008$ $l = 530$ cm
$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m
$a = 32$ cm $r = 0{,}8$ cm

6.88. $f = \dfrac{1}{RC \ln \dfrac{U - U_L}{U - U_z}}$

Berechne die Kippfrequenz f für

$R = 20\ \Omega$ $C = 0{,}2\ \mu F$
$U = 200$ V $U_z = 90$ V $U_L = 70$ V

6.89. Wie viele Sekunden nach dem Einschalten erreicht der Strom in einer Spule mit $R = 25\ \Omega$ und $L = 1{,}5$ H die Hälfte seines Endwerts?

Es gelten die Beziehungen: $i = I(1 - e^{-t/T})$; $T = \dfrac{L}{R}$

6.90. Die barometrische Höhenformel lautet:

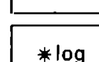
$p = p_0 e^{-0{,}0001251h}$ h ... Höhe in m

Bei welcher Höhe beträgt der Luftdruck 30% von p_0?

6.8. Zehnerlogarithmus $\lg x$

Argument: $x > 0$ Es gilt: $\log_a x = \dfrac{\lg x}{\lg a}$

BEISPIELE

1.	$\lg 782{,}3$	**782.3**	∗log		**2.893**
2.	$4{,}16 \cdot \lg 0{,}76$	**4.16**	×		
		.76	∗log	=	**−0.4958**
3.	$\log_6 413$	**413**	∗log	:	
		6	∗log	=	**3.362**
4.	$5^{\lg x} = 9$	**9**	∗log 	:	
	$\lg x = \dfrac{\lg 9}{\lg 5}$	**5**	∗log	=	
	$x = 10^{\frac{\lg 9}{\lg 5}}$		∗10^x		**23.19**

ÜBUNGEN

6.91. $\lg 43{,}19 =$ ....

6.92. $\lg 0{,}0892 =$ ....

6.93. $\log_5 1{,}596 =$ ....

6.94. $\log_4 0{,}1 =$

6.95. $\lg 4{,}19 \cdot 3{,}17 =$ ....

6.96. $\lg 2{,}17^2 \cdot \sqrt{9{,}85} =$ ....

6.97. $\lg x = 0{,}7853 - 2$

$x =$ ....

6.98. $\log_7 y = 0{,}681 - 3$

$y =$ ....

6.99. $2^{\lg 1{,}5\, x} = 3{,}6$

$x =$ ....

6.100. $\alpha = (1 + 0{,}345 \cdot \lg 3400)\, 0{,}82^4$

$\alpha =$ ....

6.9. Kreisfunktionen

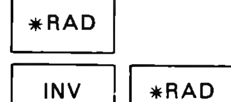
Winkel können in	Betriebszustand
dezimalunterteilten Altgraden (1 ∟ = 90°)	**D**
Radianten $\left(1\ ∟ = \frac{\pi}{2}\ \mathrm{rad}\right)$	**R**
Neugraden (1 ∟ = 100^g)	**G**

verarbeitet werden.

Wahlmöglichkeiten:


Betriebszustand **D**


Betriebszustand **G**



*RAD	Umschaltung auf den Betriebszustand **R**
INV *RAD	Abschaltung des Betriebszustandes **R**

Beachte: Bei der Berechnung von Kreisfunktionswerten werden Winkel $\geqq 3.6 \cdot 10^{14}$ Grad als 0 Grad interpretiert.

BEISPIELE

Betriebszustand D

1.	sin 30°	**30**	sin		**0.5**
2.	cos 162,8°	**162.8**	cos		**−0.9553**
3.	tan 312,9°	**312.9**	tan		**−1.076**

Zur Berechnung des Kotangens verwendet man die Beziehung:

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} \qquad (x \neq n \cdot 180°)$$

4.	cot 17°	**17**	tan	*1/x	**3.271**
5.	cot 270,2°	**270.2**	tan	*1/x	**−0.003491**

Betriebszustand R

6.	sin 0,8	.8	sin		0.7174
7.	cos 1,12	1.12	cos		0.4357
8.	tan (−0,87)	.87	+/−	tan	−1.185
9.	cot 1,81	1.81	tan	$*1/x$	−0.2439

Betriebszustand G

10.	sin $82{,}51^g$	82.51	sin		0.9625
11.	cos $212{,}8^g$	212.8	cos		−0.9799
12.	tan $372{,}5^g$	372.5	tan		−0.4610
13.	cot $122{,}3^g$	122.3	tan	$*1/x$	−0.3654

ÜBUNGEN

6.101. sin 6,9° = ...

6.102. sin 217,6° ....

6.103. cos 87,5° = ...

6.104. cos 265,9° = ...

6.105. tan 39,4° = ...

6.106. tan 350,2° = ...

6.107. cot 83,6° = ...

6.108. cot 217,8° = ...

6.109. sin 0,423 = ...

6.110. sin (−0,329) = ...

6.111. cos 0,871 = ...

6.112. cos 18,4 = ...

6.113. tan 0,172 =

6.114. tan 3,192 = ...

6.115. cot 1,729 = ...

6.616. cot 28,19 = ...

6.117. 5,3 sin 24,5° = ...

6.118. $2{,}8 \sin^2 0{,}842 =$ ....

6.119. $\sqrt{6{,}92} - 3{,}8 \tan 1{,}28 =$ ....

6.120. $9{,}5 \sin(2{,}8 \cdot 4{,}2 + 0{,}72) =$ ....

6.10. Arkusfunktionen

BEISPIELE

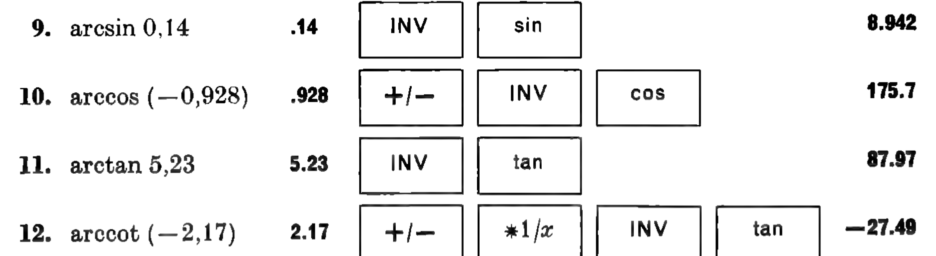
Betriebszustand D

1.	arcsin 0,14	**.14**	INV	sin			**8.048**
2.	arccos (—0,928)	**.928**	+/—	INV	cos		**158.1**
3.	arctan 5,23	**5.23**	INV	tan			**79.18**
4.	arccot (—2,17)	**2.17**	+/—	$*1/x$	INV	tan	**—24.74**

Betriebszustand R

5.	arcsin 0,14	**.14**	INV	sin			**0.1405**
6.	arccos (—0,928)	**.928**	+/—	INV	cos		**2.760**
7.	arctan 5,23	**5.23**	INV	tan			**1.382**
8.	arccot (—2,17)	**2.17**	+/—	$*1/x$	INV	tan	**—0.4318**

Betriebszustand G



9.	arcsin 0,14	**.14**	INV	sin			**8.942**
10.	arccos (—0,928)	**.928**	+/—	INV	cos		**175.7**
11.	arctan 5,23	**5.23**	INV	tan			**87.97**
12.	arccot (—2,17)	**2.17**	+/—	$*1/x$	INV	tan	**—27.49**

ÜBUNGEN — Altgrad — Radiant

6.121. arcsin 0,17 =

6.122. arcsin $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ =

6.123. arcsin (—0,9972) =

6.124. arccos 0,24 =

6.125. arccos $(5{,}7 \cdot 10^{-4})$ =

6.126. arccos (−0,845) =

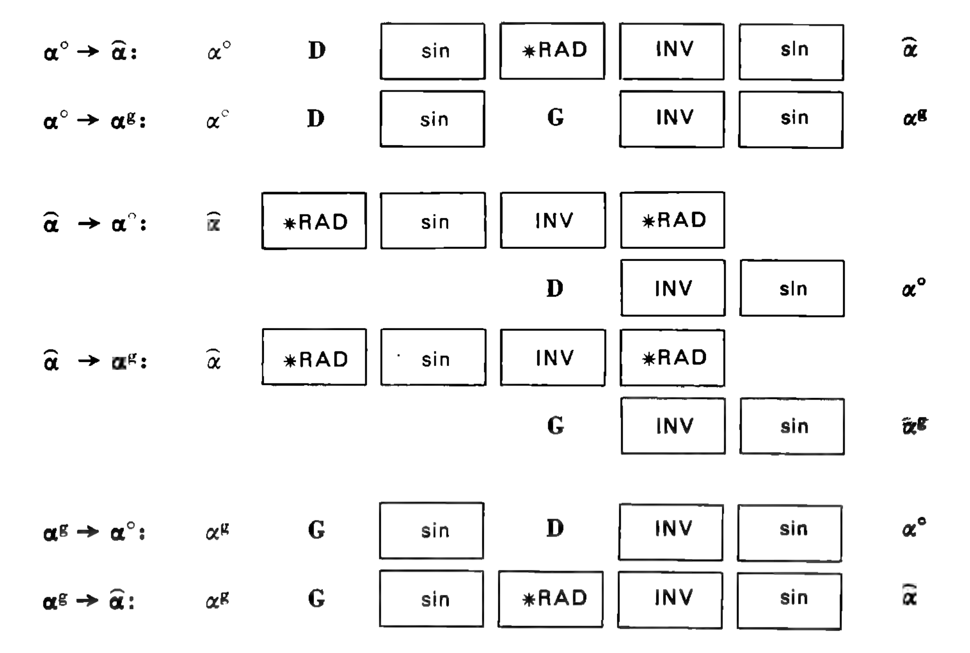
6.127. arctan 19,83 =

6.128. arctan (−184,5) =

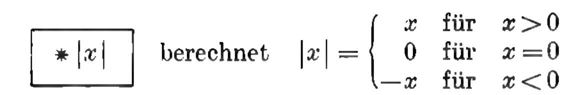
6.129. arccot 2,483 =

6.130. arccot $(3{,}12 \cdot 10^{-3})$ =

Mit Hilfe der Kreisfunktionstasten können auch Winkeleinheiten $\alpha \in [-∟, ∟]$ (ohne Einfluß auf Speicherregister oder unvollständige Operationen) von einem System in ein anderes umgerechnet werden.



6.11. Absolutwertfunktion $|x|$



berechnet $|x| = \begin{cases} x & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$

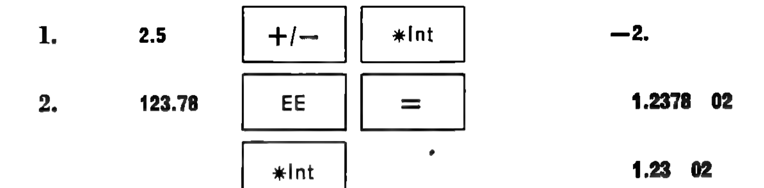
BEISPIELE

1.	9.8	*|x|		9.8
2.	0	*|x|		0.
3.	9.8	+/−	*|x|	9.8

6.12. Integerfunktion Int

*Int erzeugt den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl.

BEISPIELE



1.	2.5	+/−	*Int	−2.
2.	123.78	EE	=	1.2378 02
		*Int		1.23 02



INV *Int löscht den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl, erzeugt somit den Bruchteil der angezeigten Zahl.

BEISPIELE

1.	2.5	+/−	INV	*Int	−0.5
2.	123.78	EE	=		1.2378 02
		INV	*Int		7.8—01

7. Potenzfunktion y^x und Wurzelfunktion $\sqrt[x]{y}$

| y^x | berechnet $y^x = \begin{cases} \exp(x \cdot \ln y) & \text{für } y > 0 \\ 0 & \text{für } y = 0 \wedge x > 0 \\ 1 & \text{für } y = 0 \wedge x = 0 \end{cases}$ |

| $*\sqrt[x]{y}$ | berechnet $\sqrt[x]{y} = \begin{cases} \exp\left(\frac{\ln y}{x}\right) & \text{für } y > 0 \wedge x \neq 0 \\ 0 & \text{für } y = 0 \wedge x > 0 \end{cases}$ |

Beachte: Nach $\sqrt[x]{0}$ wirken

SUM	wie	INV	SUM
*PROD	wie	INV	*PROD

BEISPIELE

		Eingabe	Taste	Anzeige
1.	$13{,}2^5$	13.2	y^x	
		5	=	400746.42
2.	$3 + 5^3$	3	+	
		5	y^x	
		3	=	128.
3.	$4 \cdot 5^3$	4	×	4.
		5	y^x	5.
		3	=	500.
4.	$5 - \sqrt[3]{2}$	5	−	
		2	$*\sqrt[x]{y}$	
		3	=	3.7401

5.	$4^5 \cdot \sqrt[6]{7}$	4	y^x	
		5	×	
		7	$* \sqrt[x]{y}$	
		6	=	1416.3
6.	$3 \cdot 2^5 - 7 \cdot \sqrt[3]{6}$	3	×	
		2	y^x	
		5	−	
		7	×	
		6	$* \sqrt[x]{y}$	
		3	=	83.28

ÜBUNGEN

7.01. $6{,}83^5 =$ ....

7.02. $16{,}8^4 =$ ....

7.03. $0{,}091^3 =$ ....

7.04. $291{,}5^3 =$ ....

7.05. $16{,}72^{3,4} =$ ....

7.06. $172{,}9^{1,4} =$ ....

7.07. $7{,}82^{0,75} =$ ....

7.08. $3524^{0,12} =$ ....

7.09. $6{,}54 \cdot 91{,}2^{0,4} =$ ....

7.10. $17{,}3 : 3{,}2^{4,2} =$ ....

7.11. $\sqrt[5]{0{,}072} =$ ....

7.12. $\sqrt[4]{185{,}34} =$ ....

7.13. $\sqrt[3]{724{,}8} =$ ....

7.14. $\sqrt[3]{0{,}1} =$ ....

7.15. $6{,}2^3 \cdot 4{,}5^4 =$

7.16. $9{,}8^5 : 3{,}4^4 =$ ....

7.17. $37{,}9 \cdot \sqrt[3]{102{,}8} =$ ....

7.18. $\sqrt[3]{0{,}0845} : 6{,}19 =$ ....

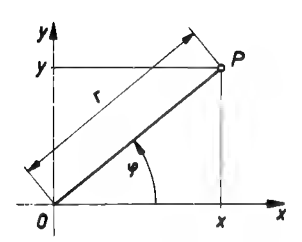
7.19. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{4} =$ ....

7.20. $\dfrac{6{,}91 \cdot 7{,}22^{2,8}}{\sqrt[3]{22{,}1} - \sqrt{1{,}15}} =$ ....

8. Weitere eingebaute Funktionen

8.1. Polarkoordinaten

P → R: (φ; r) → (x; y)

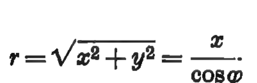


$x = r \cos\varphi$

$y = r \sin\varphi = x \tan\varphi$



R → P: (x; y) → (φ; r)



$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{x}{\cos\varphi}$$

$$\varphi = \arctan\frac{y}{x} \qquad -\llcorner \leq \varphi \leq \llcorner \qquad \ldots[1]$$

Mit dem SR-56 können wir diese Umrechnungen mit Hilfe der Umwandlungstasten [*f(n)] [P → R] und [*f(n)] [R → P] durchführen, wobei auf den Winkelmodus und die Belegung von R_8 und R_9 zu achten ist!

P → R: r [$x \leftrightarrow t$]
φ [*f(n)] [P → R] y [$x \leftrightarrow t$] x ...[2]

R → P: x [$x \leftrightarrow t$]
y [*f(n)] [R → P] φ [$x \leftrightarrow t$] r ...[3]

Beachte: Wir erhalten Polwinkel in folgendem Bereich:

$-90° \leq \varphi < 270°$	Betriebszustand **D**
$-100^g \leq \varphi < 300^g$	Betriebszustand **G**
$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{3\pi}{2}$	Betriebszustand **R**

---

[1] *Beachte:* $(0; 0) \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$

[2] $R_9 = x$ $\qquad R_8 = y$

[3] $R_9 = r$ $\qquad R_8 = \varphi$

BEISPIELE

1.	$\varphi = 60°$;	$r = 10$	$x = 5$;	$y = 8{,}66$
2.	$\varphi = 120°$;	$r = 10$	$x = -5$;	$y = 8{,}66$
3.	$x = 5$;	$y = 10$	$\varphi = 63{,}43°$;	$r = 11{,}18$
4.	$x = -2$;	$y = 6$	$\varphi = 108{,}43°$;	$r = 6{,}325$
5.	$x = -3$;	$y = -12$	$\varphi = 255{,}96°$;	$r = 12{,}37$
6.	$x = 4$;	$y = -7$	$\varphi = -60{,}26°$;	$r = 8{,}062$
7.	$\varphi = 0{,}34$;	$r = 8$	$x = 7{,}542$;	$y = 2{,}668$
8.	$\varphi = 5{,}13$;	$r = 3$	$x = 1{,}217$;	$y = -2{,}742$
9.	$x = 12{,}7$;	$y = 7{,}12$	$\varphi = 0{,}511$ rad;	$r = 14{,}56$

ÜBUNGEN

8.01.	$\varphi = 46{,}5°$;	$r = 19{,}5$	$x =$	$y =$ ....
8.02.	$\varphi = 23{,}7°$;	$r = 4{,}2$	$x =$	$y =$ ....
8.03.	$\varphi = 312°$;	$r = 12{,}7$	$x =$	$y =$ ....
8.04.	$\varphi = 162{,}8°$;	$r = 47{,}5$	$x =$	$y =$ ....
8.05.	$\varphi = 217{,}9°$;	$r = 8{,}52$	$x =$	$y =$ ....
8.06.	$x = 19{,}4$;	$y = 13{,}7$	$\varphi =$ .... °	$r =$ ....
8.07.	$x = 7{,}83$;	$y = -12{,}1$	$\varphi =$ .... °	$r =$ ....
8.08.	$x = -9{,}12$;	$y = 24{,}7$	$\varphi =$ .... °	$r =$ ....
8.09.	$x = -3{,}12$;	$y = -12{,}3$	$\varphi =$ .... °	$r =$ ....
8.10.	$x = 3{,}9$;	$y = 8{,}6$	$\varphi =$ .... rad	$r =$ ....
8.11.	$x = -6{,}7$;	$y = -7{,}6$	$\varphi =$ .... rad	$r =$ ....
8.12.	$x = 9{,}3$;	$y = -6{,}1$	$\varphi =$ .... rad	$r =$ ....
8.13.	$\varphi = 2{,}81$;	$r = 8{,}31$	$x =$	$y =$ ....
8.14.	$\varphi = 1{,}34$;	$r = 1{,}34$	$x =$	$y =$ ....
8.15.	$\varphi = 3{,}08$;	$r = 12{,}9$	$x =$	$y =$ ....

8.2. Statistische Maßzahlen

x_i [*f(n)] [Σ+] bewirkt die Addition von

1 zum Inhalt des Speichers R_7, dessen Inhalt angezeigt wird,

x_i zum Inhalt des Speichers R_5,

x_i^2 zum Inhalt des Speichers R_6.

x_i [*f(n)] [Σ−] löscht die angezeigte Zahl als Datenpunkt, wenn Mittelwert und Standardabweichung ausgerechnet werden.

Diese Taste dient zur Korrektur irrtümlicher Eingaben.

*f(n) [Mean] bewirkt die Berechnung von $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

*f(n) [S. Dev.] bewirkt die Berechnung der Standardabweichung einer Stichprobe:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

Beachte: Vor Beginn der Rechnung müssen die Speicher R_5, R_6, R_7 gelöscht werden, z. B. durch [*CMs].

n, die Anzahl der eingegebenen Daten, wird im X-Register angezeigt. Zu jedem Zeitpunkt der Dateneingabe können Mittelwert und Standardabweichung ohne Beeinflussung der bisher gespeicherten Daten abgerufen werden. Danach kann die Dateneingabe fortgesetzt werden.

BEISPIELE

1. Gegeben: $x_1 = 1$; $x_2 = 3$; $x_3 = 5$
Gesucht: $\bar{x}$, s
Lösung: $\bar{x} = 3$; $s = 2$

2. Gegeben: $x_1 = 5$; $x_2 = 9$; $x_3 = 16$; $x_4 = 17{,}5$; $x_5 = 23{,}4$
Gesucht: $\bar{x}$, s
Lösung: $\bar{x} = 14{,}18$; $s = 7{,}25$

ÜBUNGEN

Berechne jeweils den Mittelwert $\bar{x}$ und die Standardabweichung s.

8.16. 8,6 8,4 8,1 8,4 8,3 8,2 8,5

8.17. 15,8 15,0 14,6 15,0 15,2 14,6 15,0 15,6

8.18.

x_j	134	136	138	140	142
f_j	2	4	8	5	1

f_j ... absolute Häufigkeit des Merkmals x_j

8.19.

x_j	$5{,}0 \cdot 10^{-6}$	$5{,}5 \cdot 10^{-6}$	$6{,}0 \cdot 10^{-6}$	$6{,}5 \cdot 10^{-6}$	$7{,}0 \cdot 10^{-6}$	$7{,}5 \cdot 10^{-6}$
f_j	1	2	4	7	5	2

9. Speicher

9.1. Grundbegriffe

Festwertspeicher (ROM; read only memory)

Sie werden zur Speicherung von Konstanten (z. B. π) und von Programmen (z. B.: $\sin x$) verwendet.

In einem ROM wird die zu speichernde Information dauerhaft während der Herstellung der Schaltung „eingeschrieben“.

Schreib-Lese-Speicher (RAM; random access memory)

In diese Speicher können Informationen eingeschrieben und/oder aus ihnen „gelesen“ werden.

RAMs werden (meistens) beim Abschalten der Stromversorgung gelöscht und müssen dann beim Wiedereinschalten neu belegt werden.

Register dienen zur Speicherung von Daten während der Rechenvorgänge.

Speicher, die

- ihren Inhalt so lange bereithalten, wie wir das wünschen,
- uns den Inhalt jederzeit auf Verlangen zur Verfügung stellen,

nennt man **adressierbare Speicher.**

Man benötigt adressierbare Speicher

- zur Speicherung von Eingabewerten, die in ein und derselben Rechnung mehrmals auftreten,
- zur Speicherung von Zwischenergebnissen einer Rechnung, wenn später wieder auf sie zurückgegriffen werden soll.

9.2. Speichertasten

Der SR-56 hat 10 adressierbare Speicher. Nach dem STO- bzw. RCL-Befehl muß daher die Speicheradresse n (0 bis 9) angegeben werden.

[STO] [n], kurz [STO n] geschrieben

Der im X-Register stehende Wert wird — ohne Beeinflussung des Rechengangs — in den Speicher n übertragen.

X behält seinen Wert, der vorige Inhalt des Speichers n geht verloren.

RCL | n |, kurz | RCL n | geschrieben

Der im Speicher n stehende Wert wird in das X-Register gebracht.

Der Wert im Speicher bleibt erhalten, der übertragene Wert wird wie ein Eingabewert behandelt.

SUM | n |, kurz | SUM n | geschrieben

Die angezeigte Zahl (der Inhalt des X-Registers) wird zum Inhalt des Speichers n addiert. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

INV | SUM | n |, kurz | INV | SUM n | geschrieben

Subtrahiert die angezeigte Zahl, den Inhalt des Registers X, vom Inhalt des Speichers n. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

2nd | PROD | n |, kurz | *PROD n | geschrieben

Der Inhalt des Speichers n wird mit der angezeigten Zahl — dem Inhalt des X-Registers — multipliziert. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

INV | 2nd | PROD | n |, kurz | INV | *PROD n | geschrieben

Dividiert den Inhalt des Speichers n durch die angezeigte Zahl, den Inhalt des Registers X. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

2nd | EXC | n |, kurz | * EXC n | geschrieben

Durch diesen Austauschbefehl wird die angezeigte Zahl (der Inhalt des X-Registers) mit dem Inhalt des Speichers n vertauscht.

Laufende Operationen werden durch diesen Befehl nicht beeinflußt.

2nd | CMs |, kurz | *CMs | geschrieben

Mit diesem Befehl werden alle 10 Speicher gelöscht.

10. Lösungen zu den Übungen

2.01.	$1{,}245 \cdot 10^{2}$	**2.02.**	$1{,}7 \cdot 10^{-1}$	**2.03.**	$3{,}0070 \cdot 10^{4}$	**2.04.**	$-5{,}1 \cdot 10^{6}$
2.05.	$8{,}143 \cdot 10^{-4}$	**2.06.**	$-5{,}185 \cdot 10^{0}$	**2.07.**	$-3{,}592 \cdot 10^{10}$	**2.08.**	$2{,}732 \cdot 10^{-7}$
2.09.	$8{,}43 \cdot 10^{6}$	**2.10.**	$2{,}5 \cdot 10^{-5}$	**2.11.**	$6{,}4 \cdot 10^{5}$	**2.12.**	$-4{,}967 \cdot 10^{-3}$
2.13.	2500	**2.14.**	0,067	**2.15.**	−960 000 000	**2.16.**	−0,000 029
2.17.	49 000	**2.18.**	2100	**2.19.**	0,006 391	**2.20.**	−5 500 000

3.01.	17,25	**3.02.**	191,84	**3.03.**	−2,85	**3.04.**	135,25
3.05.	10,70	**3.06.**	31 885,33	**3.07.**	383,08	**3.08.**	278,04
3.09.	−0,70	**3.10.**	−5,02	**3.11.**	193,30	**3.12.**	−362,26
3.13.	−184,04	**3.14.**	−40,69	**3.15.**	−0,66	**3.16.**	−16,27

5.01.	77,45	**5.02.**	−0,038 30	**5.03.**	−0,2286
5.04.	$3{,}490 \cdot 10^{7}$	**5.05.**	46,51	**5.06.**	$7{,}442 \cdot 10^{-8}$
5.07.	$3{,}975 \cdot 10^{-2}$	**5.08.**	16,87	**5.09.**	28,18
5.10.	1,673	**5.11.**	2,174	**5.12.**	$3{,}082 \cdot 10^{-3}$
5.13.	$1{,}841 \cdot 10^{5}$	**5.14.**	8085	**5.15.**	$2{,}069 \cdot 10^{8}$
5.16.	−0,4451	**5.17.**	1266	**5.18.**	$4{,}437 \cdot 10^{16}$
5.19.	−1,647	**5.20.**	299,4	**5.21.**	199,7
5.22.	2227	**5.23.**	−68,98	**5.24.**	$3{,}829 \cdot 10^{6}$
5.25.	2,213	**5.26.**	17,70	**5.27.**	$5{,}094 \cdot 10^{-17}$

6.01.	0,1641	**6.02.**	514,9	**6.03.**	61,27	**6.04.**	$3{,}128 \cdot 10^{-6}$
6.05.	−0,071 22	**6.06.**	−5,737	**6.07.**	395,8	**6.08.**	$3{,}655 \cdot 10^{6}$
6.09.	3,108	**6.10.**	0,5520	**6.11.**	$1{,}731 \cdot 10^{-7}$	**6.12.**	$4{,}452 \cdot 10^{26}$
6.13.	75,53	**6.14.**	1,334	**6.15.**	$2{,}025 \cdot 10^{4}$	**6.16.**	0,4469
6.17.	332,9	**6.18.**	6,988	**6.19.**	2,252	**6.20.**	843,5
6.21.	0,092 30	**6.22.**	440,2	**6.23.**	0,6675	**6.24.**	1,431
6.25.	37,01	**6.26.**	−4,090	**6.27.**	77,80	**6.28.**	1,727
6.29.	4,052	**6.30.**	4,346	**6.31.**	2,778	**6.32.**	−4,775
6.33.	49,20	**6.34.**	2,705	**6.35.**	0,068 63	**6.36.**	0,7511

6.37. 589,6	**6.38.** 0,026 02	**6.39.** 55,92	**6.40.** 126,4
6.41. 0,074 94	**6.42.** 0,049 24	**6.43.** $1,257 \cdot 10^{-6}$	**6.44.** 0,7625
6.45. 277,6 m^2	**6.46.** 2,112 m^2	**6.47.** 12,07 dm^2	**6.48.** 181,5
6.49. 333,0 dm^3	232,4 dm^2	**6.50.** 195,4 cm^3	162,9 cm^2
6.51. 4,680 cm		**6.52.** 15,76 dm	
6.53. 1,21		**6.54.** 438	
6.55. 2,718	**6.56.** 2,298	**6.57.** 0,3263	**6.58.** 0,8228
6.59. 113,9	**6.60.** 0,5195	**6.61.** 5,582	**6.62.** 0,9377
6.63. $2,365 \cdot 10^{8}$		**6.64.** 0,2203	
6.65. $A = 49,82$		**6.66.** $S_2 = 3280$ N	
6.67. $6,683 \cdot 10^{-4}$		**6.68.** $1,419 \cdot 10^{4}$	
6.69. $6,730 \cdot 10^{-9}$		**6.70.** 1580	
6.71. 905,0	**6.72.** 7402	**6.73.** −1,584	**6.74.** 2,390
6.75. 1,884	**6.76.** 82,40		
6.77. 6,035	**6.78.** 0,2905	**6.79.** −2,418	**6.80.** −1,661
6.81. 7,935	**6.82.** 36,72	**6.83.** 2,076	**6.84.** 2,555
6.85. −0,1641	**6.86.** 1,994	**6.87.** $C = 40$ pF	**6.88.** $f = 1,5$ MHz
6.89. $t = 41,6$ ms	**6.90.** $h = 9620$ m		
6.91. 1,635	**6.92.** −1,050	**6.63.** 0,2905	**6.94.** −1,661
6.95. 1,972	**6.96.** 2,112	**6.97.** 0,061 00	**6.98.** 0,010 97
6.99. 46,98	**6.100.** 1,003		
6.101. 0,1201	**6.102.** −0,6101		
6.103. 0,043 62	**6.104.** −0,071 50	**6.105.** 0,8214	**6.106.** −0,1727
6.107. 0,1122	**6.108.** 1,289	**6.109.** 0,4105	**6.110.** −0,3231
6.111. 0,6441	**6.112.** 0,9006	**6.113.** 0,1737	**6.114.** 0,050 45
6.115. −0,1595	**6.116.** −11,83	**6.117.** 2,198	**6.118.** 1,558
6.119. −10,07	**6.120.** −0,8195		
6.121. 9,788	0,1708	**6.122.** $6,875 \cdot 10^{-3}$	$1,200 \cdot 10^{-4}$
6.123. −85,71	−1,496	**6.124.** 76,11	1,328
6.125. 89,97	1,570	**6.126.** 147,7	2,577
6.127. 87,11	1,520	**6.128.** −89,69	−1,565
6.129. 21,94	0,3829	**6.130.** 89,82	1,568

6.131. −12,25	**6.132.** 1,857	**6.133.** −1,000	**6.134.** −1,481
6.135. −2,272	**6.136.** 2,668	**6.137.** −1,179	**6.138.** 1,629

7.01. $1,486 \cdot 10^4$	**7.02.** $7,966 \cdot 10^4$	**7.03.** $7,536 \cdot 10^{-4}$	**7.04.** $2,477 \cdot 10^7$
7.05. $1,442 \cdot 10^4$	**7.06.** 1358	**7.07.** 4,676	**7.08.** 2,665
7.09. 39,77	**7.10.** 0,1307	**7.11.** 0,5908	**7.12.** 3,690
7.13. 8,983	**7.14.** 0,4642	**7.15.** $9,773 \cdot 10^4$	**7.16.** 676,4
7.17. 177,5	**7.18.** 0,070 89	**7.19.** 1,903	**7.20.** 1010

8.01. 13,42	14,14	**8.02.** 3,846	1,688
8.03. 8,498	−9,438	**8.04.** −45,38	14,05
8.05. −6,723	−5,234	**8.06.** 35,23	23,75
8.07. −57,09	14,41	**8.08.** 110,27	26,33
8.09. 255,77°	12,69	**8.10.** 1,145	9,443
8.11. 3,990	10,13	**8.12.** −0,5805	11,12
8.13. −7,857	2,705	**8.14.** 0,3065	1,304
8.15. −12,88	0,794		

8.16. $\bar{x} = 8,357$	$s = 0,172$	**8.17.** $\bar{x} = 15,10$	$s = 0,428$
8.18. $\bar{x} = 137,90$	$s = 2,10$	**8.19.** $\bar{x} = 6,452 \cdot 10^{-6}$	$s = 6,50 \cdot 10^{-7}$

Programmierung

Der SR-56 ist nicht nur wegen der vielen eingebauten Funktionen und der 10 adressierbaren Speicher ein leistungsfähiger Taschenrechner. Er ist auch (über die Tastatur) programmierbar.

Der SR-56 kann bis zu 100 Programmschritte speichern.

Er erlaubt die Durchführung von Programmverzweigungen durch bedingte Sprungbefehle.

Darüber hinaus besitzt er zwei sehr wirkungsvolle Schleifenkontrollbefehle.

Vier Unterprogrammebenen erlauben die Bildung anspruchsvoller Programmstrukturen.

11. Tasten für die Programmierung

LRN LEARN-Taste

Schaltet den Rechner in die Betriebsart LEARN oder hebt sie wieder auf.

***CP** Programmlösch-Taste

Löscht bei manueller Bedienung alle 100 Programmspeicher, das T-Register und die Unterprogrammzählung.

Setzt während des Programmablaufs nur das T-Register auf Null.

R/S RUN/STOP-Taste

Veranlaßt die Umkehrung von Ablauf/Unterbrechung.

RST RESET-Taste (Rückstell-Taste)

Stellt das Befehlsadressenregister und die Unterprogrammzählung auf Null.

RST wirkt nicht auf das T-Register.

SST SINGLE-STEP-Taste (Einzelschritt vorwärts)

Betriebsart LEARN: Der Inhalt des Befehlsadressenregisters wird um 1 erhöht. Anzeige der nächsten Programmspeicherstelle und des Kodes des dort gespeicherten Befehls.

Betriebsart RECHNEN: Ausführung eines Einzelschritts des Programms.

***bst** BACK-STEP-Taste (Einzelschritt zurück)

Betriebsart LEARN: Der Inhalt des Befehlsadressenregisters wird um 1 vermindert, der entsprechende Programmschritt angezeigt[1].

***pause** Pausen-Taste[2]

Während des Programmablaufs bewirkt diese Taste, daß der Wert des Anzeigeregisters etwa eine halbe Sekunde lang angezeigt wird.

---

[1] Beim Schritt 00 bleibt diese Taste wirkungslos.

[2] Als Programmschritt zur kurzen Anzeige des X-Registerwerts ist ***pause** einzutasten.

Während des Programmablaufs genügt es, die **:** -Taste zu drücken, also ***pause** ohne die Präfix-Taste **2nd**.

*NOP	Nulloperations-Taste ...[1]
	Dient zur Löschung von ungewollten Befehlen und ermöglicht Intervalle für späteres Einfügen von Befehlen.
$x \leftrightarrow t$	bewirkt den Austausch des Anzeigeregisterwerts x gegen den Wert des T-Registers.
GTO	GO-TO-Taste
	Stellt das Befehlsadressenregister auf die GTO unmittelbar folgende Adresse ein.
*subr	Unterprogramm-Taste
	*subr | n | n — Veranlaßt den Sprung zu dem mit der Adresse nn beginnenden Unterprogramm.
*rtn	RETURN-Taste
	Wirkt im Hauptprogramm wie R/S.
	Veranlaßt als letzter Schritt in einem Unterprogramm die Rückgabe der Steuerung an das aufrufende Programm.
	Beachte: Höchstens 4 Stufen von ineinandergeschachtelten Unterprogrammen sind möglich, andernfalls erfolgt der Rücksprung in die 3. Unterprogrammebene.
$*x=t$	bewirkt die Abfrage:
	Ist der Wert des X-Registers **gleich** dem Wert des T-Registers? ...[2]
INV $*x=t$	bewirkt die Abfrage:
	Ist der Wert des X-Registers **ungleich** dem Wert des T-Registers? ...[2]
$*x \geq t$	bewirkt die Abfrage:
	Ist der Wert des X-Registers **größer oder gleich** dem Wert des T-Registers? ...[2]
INV $*x \geq t$	bewirkt die Abfrage:
	Ist der Wert des X-Registers **kleiner** als der Wert des T-Registers? ...[2]

---

[1] NOP ... No Operation Performed.

[2] JA: Verzweigung zur zweistelligen Adresse *nn*, die der Abfrage unmittelbar folgt.
NEIN: Die der Abfrage beigefügte zweistellige Adresse *nn* wird übersprungen und das Programm mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

| *dsz | *n* | *n* |

DECREMENT AND SKIP IF ZERO-Taste (Schleifenkontrolltaste)

bewirkt zunächst

1. a) für $|R_0| \geqq 1$ wird $|R_0|$ um 1 vermindert[1],
   b) für $|R_0| < 1$ wird $R_0 = 0$ gesetzt,

und **dann** für

2. a) $R_0 \neq 0$ einen Sprung zu *nn*.
   b) $R_0 = 0$ die Ausführung des auf die Sprungadresse *nn* folgenden Befehls.

| INV | | *dsz | *n* | *n* |

Verminderung und Überspringen bei Nicht-Null

bewirkt zunächst wie oben 1. und **dann** für

2. a) $R_0 = 0$ einen Sprung zu *nn*.
   b) $R_0 \neq 0$ die Ausführung des auf die Sprungadresse *nn* folgenden Befehls.

12. Einfache Programme

Die Programmeingabe erfolgt folgendermaßen:

1. ON — Der Rechner wird eingeschaltet[2].
2. | LRN | Die Betriebsart LEARN (Aufnahme eines Programms) wird eingeschaltet.
3. Das Programm wird, wie bei manueller Bedienung, eingetastet, wobei für einzugebende Zahlen und für abzulesende Resultate durch | R/S | ein Programmstop vorzusehen ist[3].
4. | LRN | Die Betriebsart LEARN wird abgeschaltet und die Betriebsart RECHNEN eingeschaltet.
5. | RST | Das Befehlsadressenregister wird auf die Anfangsstelle 00 gestellt.

Das Programm kann nun ausgeführt werden.

---

[1] Das Vorzeichen bleibt erhalten!

[2] Das Befehlsadressenregister wird auf die Anfangsstelle 00 gestellt, dies kann auch durch | RST | erreicht werden!

[3] Zur kurzzeitigen Anzeige dient | *pause |.

BEISPIELE

1. Von einem Kreis ist der Durchmesser d gegeben.

Es ist ein Programm für die Berechnung des Flächeninhalts A zu erstellen.

Schrittweise Lösung:

1. Die zu verwendende Formel lautet: $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$
2. Eingabe: d Ausgabe: A
3. ON [LRN]



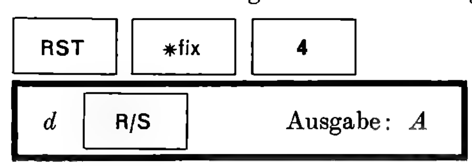
[x^2] [×] [*π] [:] [4] [=]

[R/S] Das Ergebnis A soll angezeigt werden. Für die nächste Berechnung soll d eingesetzt werden.

[RST] Das Befehlsadressenregister soll auf die Anfangsadresse 00 gestellt werden.

[LRN] Der Betriebszustand RECHNEN wird eingeschaltet.

4. Wir notieren die Programmdurchführung:



[RST] [*fix] [4]

d [R/S] Ausgabe: A

5. Um A für $d=10$ und $d=2{,}35$ zu berechnen, tasten wir:

[RST] Das Programm wird auf die Anfangsadresse 00 gestellt.

10 [R/S] Das Programm wird mit dem Wert $d=10$ gestartet.

Das Programm hält mit der Anzeige

78.5398

dem Wert für den Kreisflächeninhalt bei $d=10$.

2.35 [R/S] Start für $d=2{,}35$ ...[1]

Anzeige: 4.3374

[1] [RST] ist hier nicht mehr erforderlich, die Rückstellung des Befehlsadressenzählers, also die Einstellung auf den Programmanfang, wird vom Programm veranlaßt.

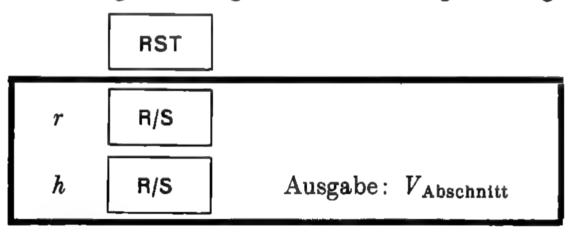
2. Von einem Kugelabschnitt sind r und h gegeben.
Es ist ein Programm für die Berechnung des Volumens zu erstellen.

Lösung:

1. Es gilt: $V = \frac{\pi h^2}{3}(3r-h) = \pi h^2\left(r - \frac{h}{3}\right)$

2. Eingabe: r, h
   Ausgabe: V

3. Bedienungsanleitung für die Benützung des Programms:



4. Programm

Kode		Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
				r
00	74	−		
01	41	R/S	r	h
02	54	:		
03	32	x⇄t		
04	03	3		
05	94	=		
06	64	×		
07	69	*π		
08	64	×		
09	32	x⇄t		
10	43	x^2		
11	94	=		
12	41	R/S	V	
13	42	RST		

5. Test[1]

für $r = 2,\ h = 1$

$V = \frac{5\pi}{3}$

$= 5{,}2360$

[1] *fix 4

13. Redigieren von Programmen

13.1. Anzeige der Programmschritte

In der Betriebsart LEARN wird jeweils

die Stellung des Befehlsadreßregisters (durch die ersten beiden Ziffern) und

die gespeicherte Anweisung (durch die letzten beiden Ziffern = Kode)

angezeigt.

Die 1. Stelle des zweiziffrigen Kodes gibt die Tastenzeile an.

Die 2. Stelle des zweiziffrigen Kodes gibt die Tastenspalte an.

(1 bis 5 ... Erstfunktionen,

6 bis 0 ... Zweitfunktionen)

Erstfunktionen

Zeile \ Spalte	1	2	3	4	5
1	2nd	INV	$\ln x$	e^x	CLR
2	LRN	GTO	sin	cos	tan

23 ≙ $\sin x$

Zweitfunktionen

Zeile \ Spalte	6	7	8	9	0
1			*log	$*10^x$	
2	$*f(n)$	*dsz	$*\|x\|$	*Int	$*1/x$

Beachte: 27 ≙ *dsz 22 ≙ GTO

Die Kodes können — sofern sie nicht auswendig gewußt werden — schnell von der Tastatur abgelesen werden.

13.2. Single-Step und Backstep

Betriebsart LEARN:

SST — Das Befehlsadressenregister wird um eine Stelle weiterbewegt, ohne Einfluß auf das gespeicherte Programm.

Ein Einzelschritt über die Stelle 99 hinaus schaltet den Rechner in die Betriebsart RECHNEN. ...[1]

*bst — Das Befehlsadressenregister wird um eine Stelle zurückgestellt, ohne Einfluß auf das gespeicherte Programm. ...[2]

Betriebsart RECHNEN:

SST — veranlaßt die sofortige Ausführung des im Programm an dieser Stelle gespeicherten Programmschritts.

13.3. Verwendung des Druckers

Auflisten eines Programms

1. Betriebsart: RECHNEN
2. RST — Das Befehlsadressenregister wird in die Anfangsstellung 00 gebracht[3].
3. *list — Das Programm wird ab Zeile 00 aufgelistet.
4. R/S — beendet das Auflisten[4].

Zeilenvorschub (Papiertransport)

In jeder Betriebsart veranlaßt *pap einen Papiervorschub.

In der Betriebsart RECHNEN erfolgt der Papiervorschub, solange die Taste gedrückt wird.

In der Betriebsart RUN veranlaßt die Anweisung *pap den Ausdruck einer Leerzeile.

Ausdrucken von Daten

In jeder Betriebsart veranlaßt *prt das Ausdrucken des Anzeigeregisterinhalts.

---

[1] Das Befehlsadressenregister bleibt auf 99.

[2] *bst beim Schritt 00 bleibt wirkungslos.

[3] Wenn man die Auflistung ab Zeile kl wünscht, so drückt man statt RST die Tastenfolge: GTO k l

[4] Wird R/S nicht gedrückt, so endet die Auflistung beim Schritt 99.

13.4. Einfügen eines Befehls

Im Programm

```
......
10  RCL
11    4
12   sin
13    ×
14  RCL
15    2
......
```

ist nach RCL 4 der Befehl *prt einzufügen.

Lösung:

Betriebsart: RECHNEN

1. [GTO] [1] [2]
2. [LRN]
3. Eintasten von

   [*prt], [sin], [×], [RCL], [2]

   und der folgenden Programmschritte
4. [LRN]

Neues Programm:

```
10  RCL
11    4
12  *prt
13   sin
14    ×
15  RCL
16    2
17  ......
```

Beachte: Beim SR-56 gibt es keinen Einfügebefehl mit automatischem Weiterrücken der folgenden Befehle.

13.5. Löschen eines nicht mehr benötigten Befehls

Im Programm

```
......
10  RCL
11    4
12  *prt
13   sin
......
```

ist der Befehl: 12 *prt zu löschen

Lösung:

Betriebsart: RECHNEN

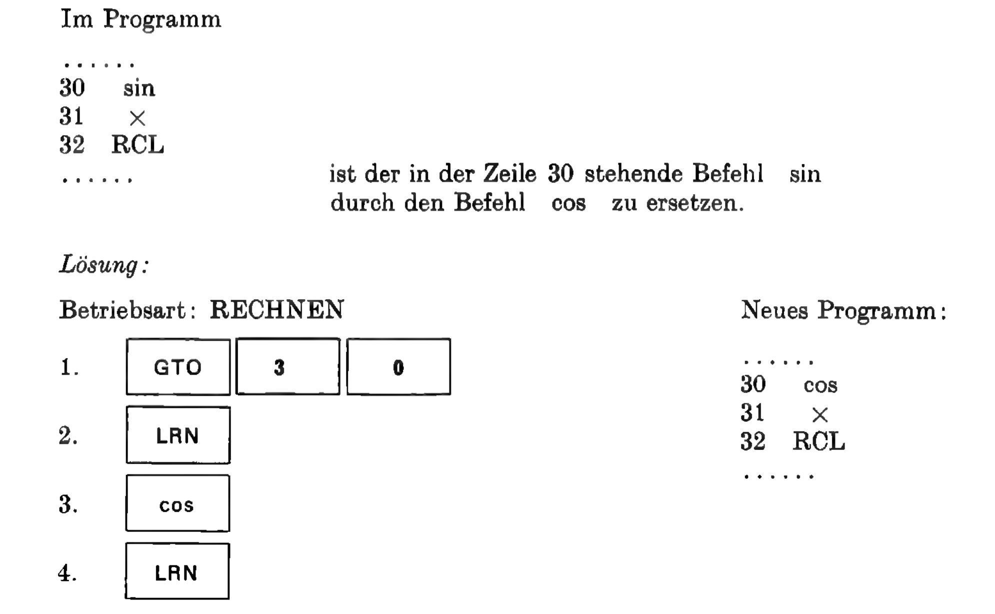
1. [GTO] [1] [2]
2. [LRN]
3 [*NOP] ...[1]
4. [LRN]

Neues Programm:

```
......
10  RCL
11    4
12  *NOP
13   sin
......
```

[1] Der Befehl *prt wird durch die Nulloperation ersetzt.

13.6. Ersetzen eines Befehls



Im Programm

......
30 sin
31 ×
32 RCL
......

ist der in der Zeile 30 stehende Befehl sin durch den Befehl cos zu ersetzen.

Lösung:

Betriebsart: RECHNEN

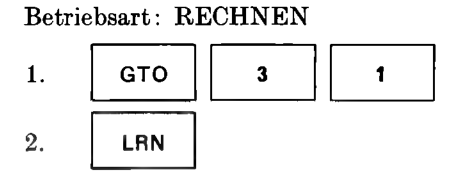
1. GTO 3 0
2. LRN
3. cos
4. LRN

Neues Programm:

......
30 cos
31 ×
32 RCL
......

13.7. Anzeige eines Befehls

Betriebsart: RECHNEN



1. GTO 3 1
2. LRN

bewirkt die Anzeige des im Speicherplatz 31 stehenden Programmschritts.

14. Sprungbefehle

Im allgemeinen werden die Programmschritte in der Reihenfolge ihrer Eingabe durchgeführt. Mit Hilfe von Sprungbefehlen kann eine andere Reihenfolge herbeigeführt werden.

Man unterscheidet

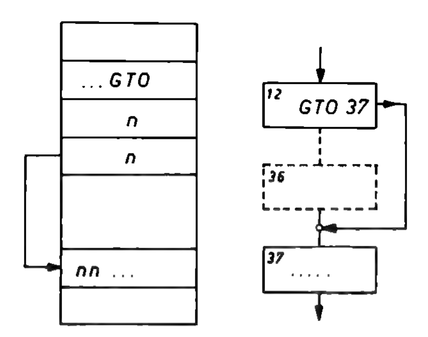
- unbedingte Sprungbefehle und
- bedingte Sprungbefehle.

14.1. Unbedingter Sprungbefehl GO-TO

In der Betriebsart RUN bewirkt der Befehl

GTO *nn* ,

daß mit dem an der Stelle *nn* stehenden Befehl fortgesetzt wird.



Beachte: Im Hauptprogramm entspricht GTO 00 dem Befehl RST.

Mit Hilfe des GTO-Befehls können Programmteile mehrmals durchlaufen werden. Man bezeichnet solche Programmteile als „Schleifen“.

BEISPIEL

Es ist ein Programm für die Berechnung von

$$y = \sin(2x + a) \quad \text{mit} \quad x = 0; \quad 0{,}1; \quad 0{,}2;$$

zu erstellen.

Programm ...[1]

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			a
00 38	*CMs		
01 79	*RAD		
02 49	*fix		
03 04	4		
04 97	*prt	a	
05 33	STO		
06 00	0		
07 98	*pap		
08 34	RCL		
09 01	1		
10 97	*prt	x	
11 64	×		
12 02	2		
13 84	+		
14 34	RCL		
15 00	0		
16 94	=		
17 23	sin		
18 97	*prt	y	
19 92	.		
20 01	1		
21 35	SUM		
22 01	1		
23 22	GTO		
24 00	0		
25 07	7		

Programmdurchführung

a [RST] [R/S]

Der Abbruch des Programms erfolgt mit [R/S].

Ausgabe für $a = 0{,}15$

```
0. 1500     PRT

0. 0000     PRT
0. 1494     PRT

0. 1000     PRT
0. 3429     PRT

0. 2000     PRT
0. 5227     PRT

0. 3000     PRT
0. 6816     PRT

0. 4000     PRT
0. 8134     PRT

0. 5000     PRT
0. 9128     PRT

0. 6000     PRT
0. 9757     PRT

0. 7000     PRT
0. 9998     PRT

0. 8000     PRT
0. 9840     PRT
```

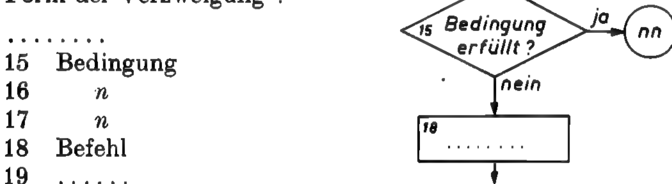
[1] Wenn kein Drucker zur Verfügung steht, sind
*pap durch *NOP
und *prt durch R/S zu ersetzen.

14.2. Bedingte Sprungbefehle (Verzweigungen)

Mit Hilfe von bedingten Sprungbefehlen kann man den Ablauf eines Programms so steuern, wie es die Logik des Programms erfordert.

Jeder bedingte Sprungbefehl veranlaßt den Rechner zu untersuchen, ob die gestellte Bedingung erfüllt ist.

Form der Verzweigung[1]:



....
15 Bedingung
16 n
17 n
18 Befehl
19 ......

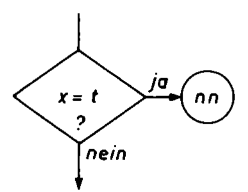
Wenn die Bedingung erfüllt ist, so erfolgt ein Sprung zu nn.

(nn ist die zweistellige Adresse, die der Bedingung unmittelbar folgt.)

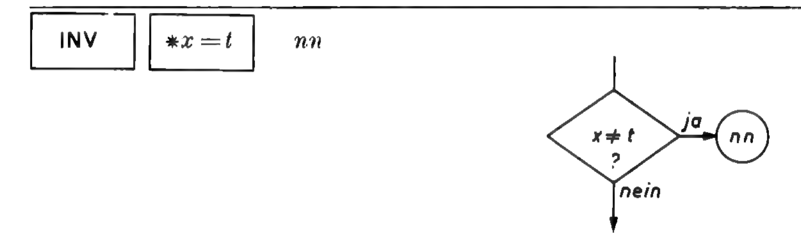
Wenn die Bedingung nicht erfüllt ist, so wird die der Bedingung folgende Sprungadresse nn übergangen und der nächste Befehl ausgeführt.

Beim SR-56 bewirken alle bedingten Sprungbefehle einen Vergleich der Inhalte des X-Registers und des T-Registers[2].

| $*x = t$ | nn



Wenn $x = t$ ist, erfolgt ein Sprung zu nn, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.



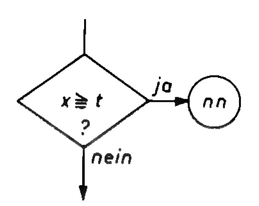
Wenn $x \neq t$ ist, so erfolgt ein Sprung nach nn, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

---

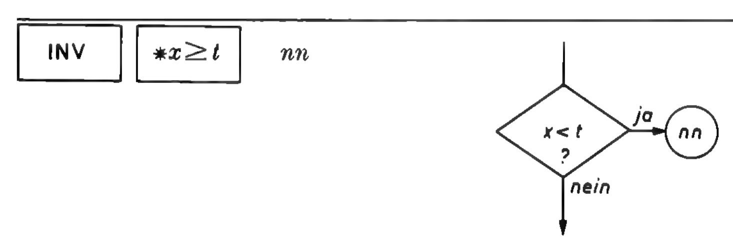
[1] Die beim SR-56 übliche Form entspricht der BASIC-Anweisung:
IF *Bedingung* THEN *nn*

[2] Die Register werden mit den Großbuchstaben X und T bezeichnet, ihre jeweiligen Inhalte mit den Kleinbuchstaben x und t.

$*x \geq t$	*nn*



Wenn $x \geqq t$ ist, so erfolgt ein Sprung nach *nn*, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.



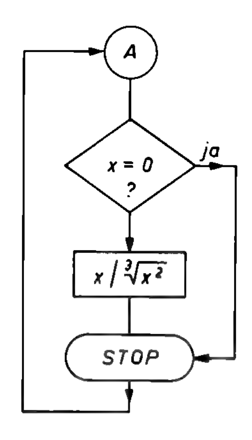
Wenn $x < t$ ist, so erfolgt ein Sprung nach *nn*, andernfalls wird mit dem nächsten Befehl fortgesetzt.

BEISPIELE

1. Es ist ein Programm für die Berechnung von $\sqrt[3]{x}$ zu erstellen.

Lösung:

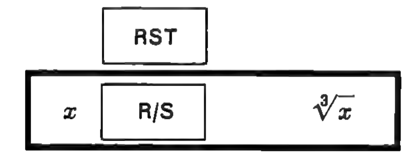
$$\sqrt[3]{x} = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt[3]{x^2}} & \text{für} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{für} \quad x = 0 \end{cases}$$



Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x
00 56	*CP		
01 37	*x=t		
02 00	0		
03 09	9		
04 54	:		
05 43	x^2		
06 40	$*\sqrt[x]{y}$		
07 03	3		
08 94	=		
09 41	R/S	$\sqrt[3]{x}$	
10 42	RST		

Programmdurchführung



Test

$\sqrt[3]{27} = 3$ $\qquad$ $\sqrt[3]{0} = 0$

$\sqrt[3]{-8} = -2$

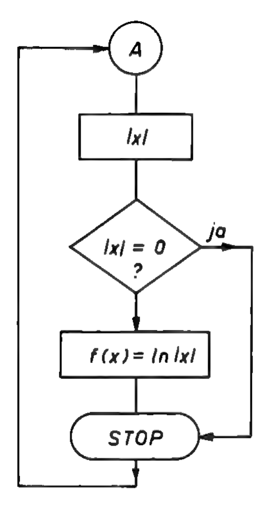
2. Es ist ein Programm für die Berechnung von

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ \ln(-x) & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

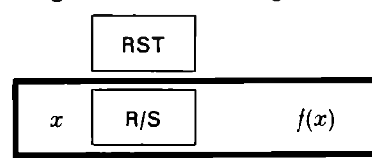
zu erstellen.

Lösung:

			x
00 28	*ıxı		
01 56	*CP		
02 37	*x=t		
03 00	0		
04 06	6		
05 13	lnx		
06 41	R/S	f(x)	
07 42	RST		



Programmdurchführung



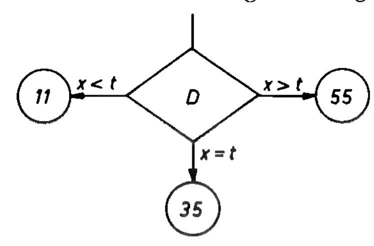
Test[1]

$f(\ 10) = 2{,}302\,59$

$f(\ \ 0) = 0$

$f(-2) = 0{,}693\,15$

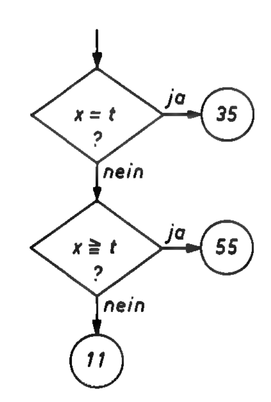
3. Die Dreiwegeverzweigung



ist zu realisieren.

Lösungsvariante:

04 ..	...		
05 37	*x=t		
06 03	3		
07 05	5		
08 47	*x≥t		
09 05	5		
10 05	5		
11 ..	...		



[1] *fix 5

14.3. Schleifenkontrollbefehle

Dekrement und Überspringen bei Null

[*dsz] *nn* bewirkt **zunächst** für

- $|R_0| \geqq 1$ die Verminderung von $|R_0|$ um 1, ...[1]
- $|R_0| < 1$ das Setzen von $R_0 = 0$,

und **dann** für

- $R_0 \neq 0$ einen Sprung zu *nn*,
- $R_0 = 0$ das Übergehen der Sprungadresse *nn*. Der auf die Sprungadresse *nn* folgende Befehl wird ausgeführt.

Test für den Befehl *dsz:

				k
00	33	STO		
01	00	0		
02	34	RCL		
03	00	0		
04	41	R/S	Ro	
05	27	*dsz		
06	00	0		
07	02	2		
08	05	5		
09	05	5		
10	41	R/S	55	
11	42	RST		

R_0	4	2.5	0	−3.2
	4.	2.5	0.	−3.2
	3.	1.5	55	−2.2
	2.	0.5		−1.2
	1.	55		−0.2
	55			55

Dekrement und Überspringen bei Nicht-Null

[INV] [*dsz] *nn* bewirkt **zunächst** für

- $|R_0| \geqq 1$ $|R_0| := |R_0| - 1$ ...[1]
- $|R_0| < 1$ $R_0 := 0$

und **dann** für

- $R_0 = 0$ einen Sprung zu *nn*.
- $R_0 \neq 0$ das Übergehen der Sprungadresse *nn*. Der auf die Sprungadresse *nn* folgende Befehl wird ausgeführt.

Test für INV *dsz:

				k
00	33	STO		
01	00	0		
02	34	RCL		
03	00	0		
04	41	R/S	Ro	
05	12	INV		
06	27	*dsz		
07	00	0		
08	02	2		
09	05	5		
10	05	5		
11	41	R/S	55	
12	42	RST		

R_0	4	2.5	0	−3.2
	4.	2.5	0.	−3.2
	55	55	0.	55
			0.	

[1] Das Vorzeichen bleibt erhalten.

15. Programmierung von Schleifen

Mit dem SR-56 kann man Schleifen bequem mit Hilfe des *dsz-Befehls und/oder bedingter Sprungbefehle programmieren.

In diesem Abschnitt wird ein Überblick über das Programmieren von Schleifen geboten.

Wir unterscheiden:

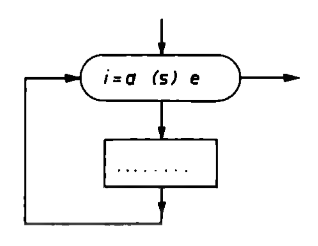
a) **Induktive Schleifen (Zählergesteuerte Schleifen)**
Ein Zähler kontrolliert die vorgegebene Anzahl der Schleifendurchläufe.

b) **Sukzessive Schleifen**
Die Schleife wird so lange durchlaufen, bis eine Datenendbedingung[1] erfüllt ist.

15.1. Induktive Schleifen

Wir unterscheiden

- **Zählschleifen**
  Die Schleifenvariable dient ausschließlich zur Steuerung der Schleife.
- **Wertschleifen**
  Die Werte der Schleifenvariablen werden auch in der Schleife zu Berechnungen verwendet.



i Schleifenvariable
a Anfangswert
e Endwert
s Schrittweite

$i = a\ (s)\ e$ bedeutet:

Beim 1. Durchlauf wird die Schleifenvariable i mit dem Anfangswert a belegt.

Beim 2. Durchlauf wird i mit $a + s$ belegt.

Beim 3. Durchlauf wird i mit $a + 2s$ belegt, usw.

Wenn der Wert der Schleifenvariablen größer wird als der Endwert e, dann wird der der Schleife im Programm folgende Befehl durchgeführt.

Für $i = a\ (1)\ e$ schreibt man kürzer: $i = a\ ,\ e$

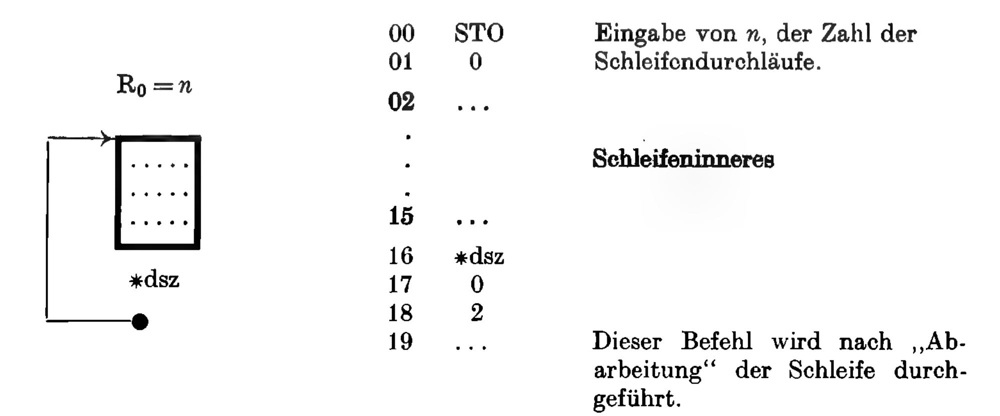
---

[1] Zum Beispiel: $|f(x)| < \varepsilon$

Zählschleifen

$i = 1, \quad n$ bzw. $i = n \quad (-1) \quad 1$

bzw. $i = 0, \quad n - 1$ bzw. $i = n - 1 \ (-1) \ 0$



00	STO	Eingabe von n, der Zahl der Schleifendurchläufe.
01	0	
02	...	
.		**Schleifeninneres**
.		
.		
15	...	
16	*dsz	
17	0	
18	2	
19	...	Dieser Befehl wird nach „Abarbeitung" der Schleife durchgeführt.

BEISPIEL

Für die Anzahl der Variationen ohne Wiederholung von n Elementen zur k-ten Klasse gilt:

$V(n\,;\,k) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \ldots \cdot (n - k + 1)$

Wir erkennen, daß der Rechtsterm aus k Faktoren besteht, von denen jeder (mit Ausnahme des ersten) um 1 kleiner ist als sein linker Nachbar.

Wir speichern

- k, die Anzahl der Schleifendurchgänge, in R_0.
- n in R_1.
- 1, den Anfangswert von $V(n; k)$, in R_2.

Es gilt dann:

$R_2 := R_2 \cdot R_1$

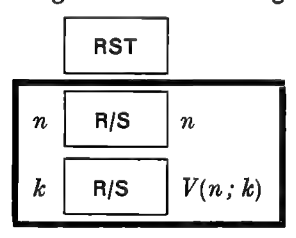
$R_1 := R_1 - 1$

$$\begin{cases} R_2 = n & R_1 = n - 1 \\ R_2 = n(n-1) & R_1 = n - 2 \\ R_2 = n(n-1)(n-2) & R_1 = n - 3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots \end{cases}$$

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
				n
00	33	STO		
01	01	1		
02	41	R/S	n	k
03	33	STO		
04	00	0		
05	01	1		
06	33	STO		
07	02	2		
08	34	RCL		
09	01	1		
10	30	*PROD		
11	02	2		
12	01	1		
13	12	INV		
14	35	SUM		
15	01	1		
16	27	*dsz		
17	00	0		
18	08	8		
19	34	RCL		
20	02	2		
21	41	R/S		
22	42	RST	V(n;k)	

Programmdurchführung



Zahlenbeispiel:

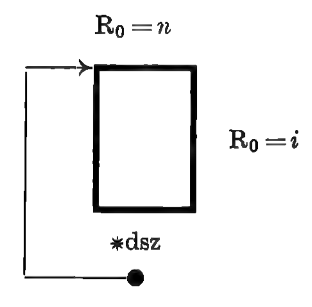
$V(4\ ;\ 2) = 4 \cdot 3 = 12$

Die Variationen der Elemente 1, 2, 3, 4 zur 2. Klasse lauten:

12	21	31	41
13	23	32	42
14	24	34	43

Wertschleifen

$i = n \ (-1) \ 1$ $\qquad n \in \mathbb{N} \quad \ldots$[1]



Während des gesamten Durchlaufs einer Schleife steht der Wert i in R_0 zur Verfügung.

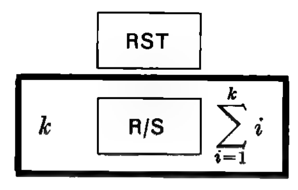
BEISPIELE

1. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung der Summe der ersten k natürlichen Zahlen.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			k
00 33	STO		
01 00	0		
02 15	CLR		
03 84	+		
04 34	RCL		
05 00	0		
06 27	*dsz		
07 00	0		
08 03	3		
09 94	=		
10 97	*prt	Summe	
11 41	R/S		
12 42	RST		

Programmdurchführung



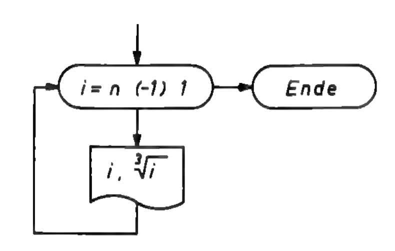
Der Test mit $k = 10$ ergibt die

Ausgabe:

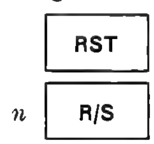
55.

[1] $n \in \mathbb{N}$ bedeutet: n ist eine natürliche Zahl.

2. Die Kubikwurzeln der ersten n natürlichen Zahlen sind zu berechnen.



Programmdurchführung



Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			n
00 33	STO		
01 00	0		
02 34	RCL		
03 00	0		
04 97	*prt	i	
05 40	*$\sqrt[x]{y}$		
06 03	3		
07 94	=		
08 97	*prt	$\sqrt[3]{i}$	
09 98	*pap		
10 27	*dsz		
11 00	0		
12 02	2		
13 41	R/S	1	
14 42	RST		

Der Test mit $n = 5$ ergibt:

```
         5.      PRT
1.709975947      PRT

         4.      PRT
1.587401052      PRT

         3.      PRT
 1.44224957      PRT

         2.      PRT
 1.25992105      PRT

         1.      PRT
         1.      PRT
```

3. Es ist ein „Lehrerprogramm“ für die Berechnung von

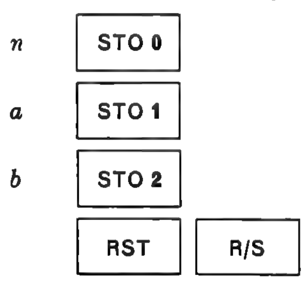
$y = \sqrt[4]{a + bx} \qquad x = 1, 2, 3, \ldots, n$

zu schreiben, wobei x die Katalognummer ist.

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
00	34	RCL		
01	00	0		
02	97	*prt	x	
03	64	×		
04	34	RCL		
05	02	2		
06	84	+		
07	34	RCL		
08	01	1		
09	94	=		
10	97	*prt	a+bx	
11	48	*$\sqrt{x}$		
12	48	*$\sqrt{x}$		
13	97	*prt	$\sqrt[4]{a+bx}$	
14	98	*pap		
15	27	*dsz		
16	00	0		
17	00	0		
18	41	R/S	$\sqrt[4]{a+b}$	
19	42	RST		

Programmdurchführung



Ausgabe für $n = 5$; $a = 0{,}003\,634$

$b = 0{,}000\,127$

```
          5.     PRT
   0.004269     PRT
.2556121767     PRT

          4.     PRT
   0.004142     PRT
.2536895182     PRT

          3.     PRT
   0.004015     PRT
.2517221239     PRT

          2.     PRT
   0.003888     PRT
0.249707487     PRT

          1.     PRT
   0.003761     PRT
.2476428728     PRT
```

4. Es ist ein „Lehrerprogramm" zu erstellen für die Berechnung von rechtwinkligen Dreiecken, bei denen

$$a = a^* + 0{,}37 \cdot K \qquad K \ldots \text{Katalognummer}$$
$$b = b^* + 0{,}21 \cdot K$$

gegeben und a, b, β, α, c mit drei Nachkommastellen auszudrucken sind.

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
00	34	RCL		
01	00	0		
02	49	*fix		
03	00	0		
04	97	*prt	K	
05	64	×		
06	92	.		
07	03	3		
08	07	7		
09	84	+		
10	34	RCL		
11	01	1		
12	94	=		
13	49	*fix		
14	03	3		
15	97	*prt	a	
16	32	x⇄t		
17	34	RCL		
18	00	0		
19	64	×		
20	92	.		
21	02	2		
22	01	1		
23	84	+		
24	34	RCL		
25	02	2		
26	94	=		
27	97	*prt	b	
28	26	*f(n)		
29	03	R→P		
30	97	*prt	β	
31	23	sin		
32	12	INV		
33	24	cos		
34	97	*prt	α	
35	32	x⇄t		
36	97	*prt	c	
37	98	*pap		
38	27	*dsz		
39	00	0		
40	00	0		
41	41	R/S		
42	42	RST		

Programmdurchführung

Schalterstellung **D**

n	STO 0		
a^*	STO 1		
b^*	STO 2	RST	R/S

Ausgabe für $n = 2$, $a^* = 3$, $b^* = 4$

```
     2.    PRT
 3.740     PRT
 4.420     PRT
49.764     PRT
40.236     PRT
 5.790     PRT

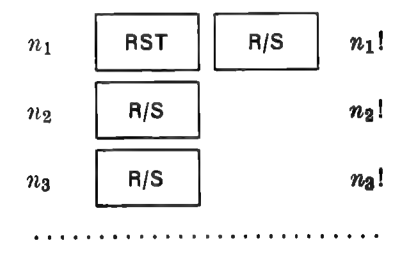
     1.    PRT
 3.370     PRT
 4.210     PRT
51.324     PRT
38.676     PRT
 5.393     PRT
```

5. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von $n!$ für $n \in \mathbb{N} \wedge n \leqq 69$.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			n_i
00 33	STO		
01 00	0		
02 34	RCL		
03 00	0		
04 64	×		
05 27	*dsz		
06 00	0		
07 02	2		
08 01	1		
09 94	=		
10 41	R/S	$n_i!$	
11 42	RST		

Programmdurchführung



Beachte: Mit *dsz 02 wird die in R_0 gespeicherte Zahl um 1 verringert und so lange die Produktbildung durchgeführt, bis $R_0 = 0$ ist.

6. Das Programm 5 ist folgendermaßen zu ergänzen:

a) $0! = 1$ soll berechnet werden.

b) Bei Zahlen, für die $(x \in \mathbb{N}_0 \wedge x \leqq 69)$ nicht erfüllt ist, soll die Anzeige neunmal blinken und dann die Zahl, die nicht verarbeitet wird, fest anzeigen.

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
				x
00	56	*CP		
01	37	*x=t		
02	04	4		
03	03	3		
04	33	STO		
05	00	0		
06	33	STO		
07	01	1		
08	47	*x≥t		
09	02	2		
10	02	2		
11	09	9		
12	33	STO		
13	00	0		
14	34	RCL		
15	01	1		
16	59	*pause	'x'	
17	27	*dsz		
18	01	1		
19	04	4		
20	41	R/S	x	
21	42	RST		
22	12	INV		
23	29	*Int		
24	12	INV		
25	37	*x=t		
26	01	1		
27	01	1		
28	34	RCL		
29	00	0		
30	74	−		
31	07	7		
32	00	0		
33	94	=		
34	47	*x≥t		
35	01	1		
36	01	1		
37	34	RCL		
38	00	0		
39	64	×		
40	27	*dsz		
41	03	3		
42	07	7		
43	01	1		
44	94	=		
45	41	R/S	x !	
46	42	RST		

Bemerkungen:

PS 01: $x = 0 \rightarrow$ PS 43 (Ausgabe: 1)

PS 08: $x < 0$ wird eliminiert.

In PS 11 bis PS 19 wird das neunmalige Blinken verursacht.

PS 22: [INV] [*Int] berechnet den nichtganzzahligen Rest von x.

PS 25: $x \notin \mathbb{N} \rightarrow$ PS 11 (Blinken!)

PS 28 bis PS 36: $x \geqq 70 \rightarrow$ PS 11 (Blinken!)

PS 37 bis PS 46 bewirken dasselbe wie die entsprechenden Schritte im Beispiel 5.

Weitere Wertschleifen

$i = n-1\ (-1)\ 0$

$R_0 = R_1 = n$

1
INV
SUM 1 — $R_1 = i$
...
...

*dsz

$i = 1,\ n$

$R_0 = n$
$R_1 = 0$

1
SUM 1 — $R_1 = i$
...
...

*dsz

$i = 0,\ n-1$

$R_0 = n$
$R_1 = 0$

...
...
1
SUM 1 — $R_1 = i$

*dsz

$x = a\ (s)\ e$

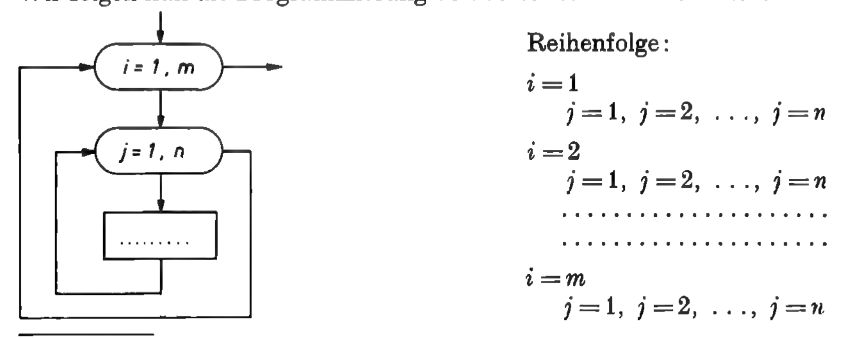
$R_0 = n$
$R_1 = a$
$R_2 = s$

...
...
RCL 2
SUM 1 — $R_1 = x$

*dsz

Beachte[1]: $n = \left[\frac{e-a}{s}\right] + 1$

Wir zeigen nun die Programmierung von **verschachtelten Schleifen.**



Reihenfolge:

$i = 1$
$j=1,\ j=2,\ \ldots,\ j=n$

$i = 2$
$j=1,\ j=2,\ \ldots,\ j=n$

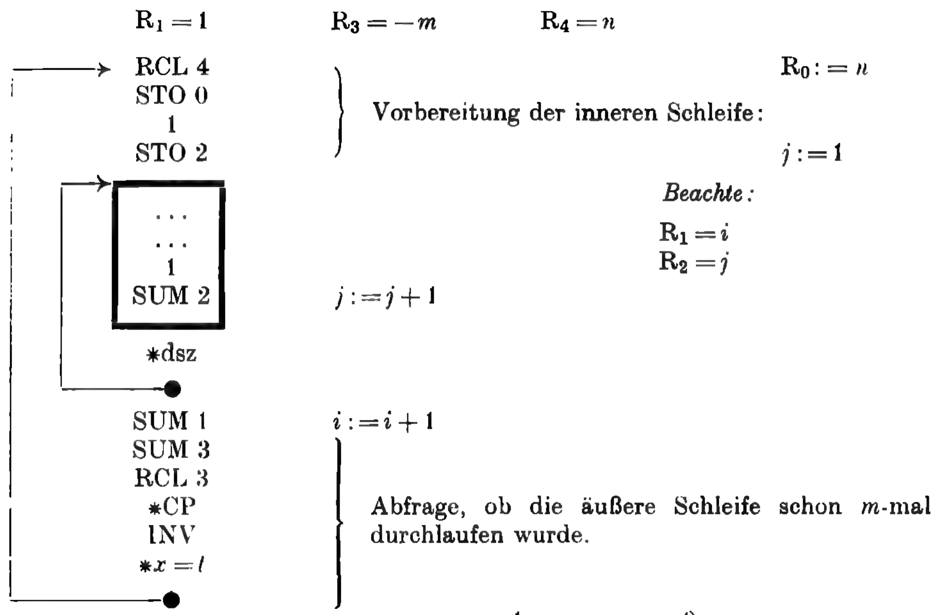
....

....

$i = m$
$j=1,\ j=2,\ \ldots,\ j=n$

---

[1] $[z]$ ist das Symbol für die nächstkleinere ganze Zahl, mit $[z] = z$ für ganze Zahlen.



Falls man im Vorbereitungsteil $\begin{matrix}1\\ \text{STO 2}\end{matrix}$ durch $\begin{matrix}0\\ \text{STO 2}\end{matrix}$ ersetzt, so erhält man ein Programm für die Doppelschleife mit $i = 1, m$ und $j = 0, n-1$

BEISPIEL Für die Grenzwertermittlung gebrauchter Anlagen gilt:

$$W = W_0 \frac{1}{1 + \frac{n}{n_0}} = W_0 \cdot \beta$$

Bezeichnungen: W ... Wert nach n Jahren
β ... Bewertungsfaktor
n ... abgelaufene Nutzungsdauer
W_0 ... Anschaffungswert
n_0 ... angenommene Nutzungsdauer

Es ist ein Programm für die Berechnung von β für $n_0 = 1, 2, \ldots, 20$ Jahre und $n = 1, 2, \ldots, 15$ Jahre zu erstellen.

Struktur: Doppelschleife Äußere Schleife: $n_0 = 1, 20$ Innere Schleife: $n = 1, 15$
Wir verwenden die oben angeführte Doppelschleife.

Ende — $n_0 = 1, 20$ — n_0 — $n = 1, 15$ — n, β

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
00	01	1		
01	33	STO		
02	01	1		
03	41	R/S	1	$n_{0\,max}$
04	93	+/−		
05	33	STO		
06	03	3		
07	41	R/S		n_{max}
08	33	STO		
09	04	4		
10	34	RCL		
11	01	1		
12	97	*prt	n_0	
13	98	*pap		
14	34	RCL		
15	04	4		
16	33	STO		
17	00	0		
18	01	1		
19	33	STO		
20	02	2		
21	34	RCL		
22	02	2		
23	97	*prt	n	
24	54	:		
25	34	RCL		
26	01	1		
27	84	+		
28	01	1		
29	94	=		
30	20	*1/x		
31	97	*prt	β	
32	98	*pap		
33	01	1		
34	35	SUM		
35	02	2		
36	27	*dsz		
37	02	2		
38	01	1		
39	35	SUM		
40	01	1		
41	35	SUM		
42	03	3		
43	34	RCL		
44	03	3		
45	56	*CP		
46	12	INV		
47	37	*x=t		
48	01	1		
49	00	0		
50	41	R/S	0	
51	42	RST		

Programmdurchführung

	RST
	R/S
$n_{0\,max}$	R/S
$n\ max$	R/S

Ausgabe[1]

```
          1.

          1.
        0.5

          2.
 .333333333

          2.

          1.
 .666666667

          2.
        0.5

          3.

          1.
       0.75

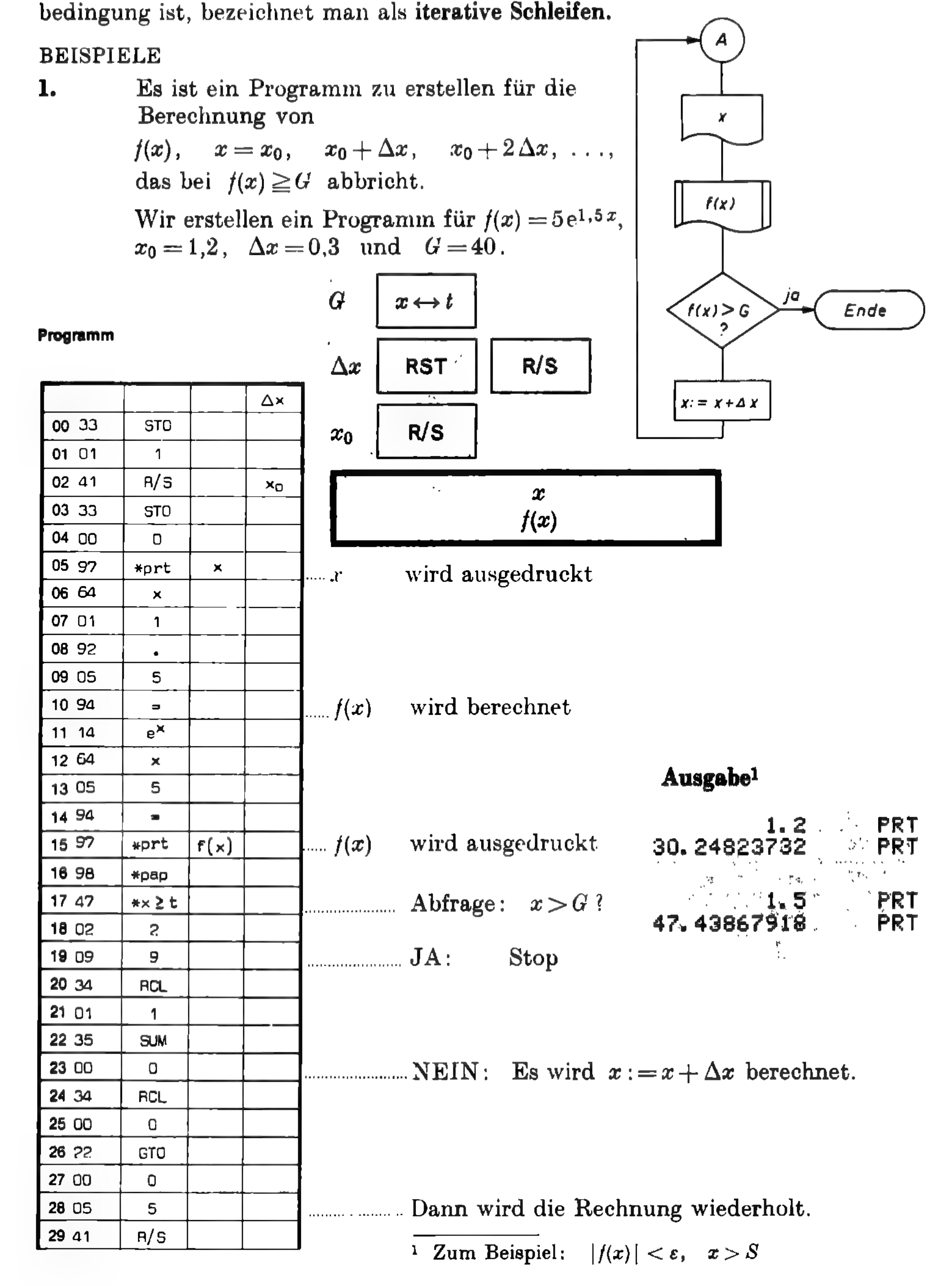
          2.
        0.6
```

[1] Um die Ausgabe hier wiedergeben zu können, wählen wir die Schleifen $n_0 = 1, 3$ und $n = 1, 2$.

15.2. Sukzessive Schleifen

Die Schleife wird so lange durchlaufen, bis eine Datenendbedingung erfüllt ist[1].

Sukzessive Schleifen, bei denen die Datenendbedingung eine Konvergenzbedingung ist, bezeichnet man als **iterative Schleifen.**



BEISPIELE

1. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von

$f(x)$, $x = x_0$, $x_0 + \Delta x$, $x_0 + 2\Delta x$, ..., das bei $f(x) \geqq G$ abbricht.

Wir erstellen ein Programm für $f(x) = 5e^{1{,}5x}$, $x_0 = 1{,}2$, $\Delta x = 0{,}3$ und $G = 40$.

Programm

			Δx
00 33	STO		
01 01	1		
02 41	R/S		x0
03 33	STO		
04 00	0		
05 97	*prt	x	
06 64	×		
07 01	1		
08 92	.		
09 05	5		
10 94	=		
11 14	e^x		
12 64	×		
13 05	5		
14 94	=		
15 97	*prt	f(x)	
16 98	*pap		
17 47	*x ≥ t		
18 02	2		
19 09	9		
20 34	RCL		
21 01	1		
22 35	SUM		
23 00	0		
24 34	RCL		
25 00	0		
26 22	GTO		
27 00	0		
28 05	5		
29 41	R/S		

Schritt 05: x wird ausgedruckt

Schritt 10–14: $f(x)$ wird berechnet

Schritt 15: $f(x)$ wird ausgedruckt

Schritt 17: Abfrage: $x > G$?

Schritt 18–19: JA: Stop

Schritt 20–23: NEIN: Es wird $x := x + \Delta x$ berechnet.

Schritt 24–28: Dann wird die Rechnung wiederholt.

Ausgabe[1]

```
         1.2   PRT
 30.24823732   PRT

         1.5   PRT
 47.43867918   PRT
```

[1] Zum Beispiel: $|f(x)| < \varepsilon$, $x > S$

2. Die Glieder der Folge

$$x_k = \frac{1}{2}\left(x_{k-1} + \frac{a}{x_{k-1}}\right) \quad \text{mit} \quad x_0 = a \qquad \ldots^{1}$$

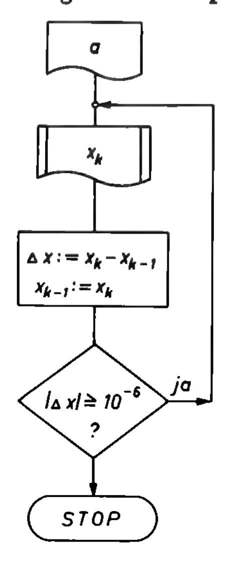
sollen angegeben werden.

Das Verfahren soll abbrechen, wenn $|x_k - x_{k-1}| < 10^{-6}$ ist.

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
			a
00 33	STO		
01 00	0		
02 33	STO		
03 01	1		
04 97	*prt	a	
05 98	*pap		
06 34	RCL		
07 01	1		
08 84	+		
09 20	*1/x		
10 64	×		
11 34	RCL		
12 00	0		
13 94	=		
14 54	:		
15 02	2		
16 74	−		
17 97	*prt	x_k	
18 39	*EXC		
19 01	1		
20 94	=		
21 28	* |x|		
22 47	*x ≥ t		
23 00	0		
24 06	6		
25 41	R/S		
26 42	RST		

Programmablaufplan



Programmdurchführung

$\varepsilon = 10^{-6}$	RST	$x \leftrightarrow t$
a	R/S	

Ausgabe für $a = 9$:

```
          9.    PRT

          5.    PRT
         3.4    PRT
 3.023529412    PRT
 3.000091554    PRT
 3.000000001    PRT
          3.    PRT
          3.    PRT
```

[1] *Näherungsformel von Archimedes* für die Berechnung von $\sqrt{a}$. Wir verwenden $x_0 = a$.

3. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von

$$\lim_{x \to 0} f(x)$$

mit dem Anfangswert x_0 und mit $x_{neu} = x_{alt}/10$.

Bei $|f(x_{neu}) - f(x_{alt})| < 10^{-6}$ ist abzubrechen.

Wir gehen folgendermaßen vor:

1. **Speicherbelegung**

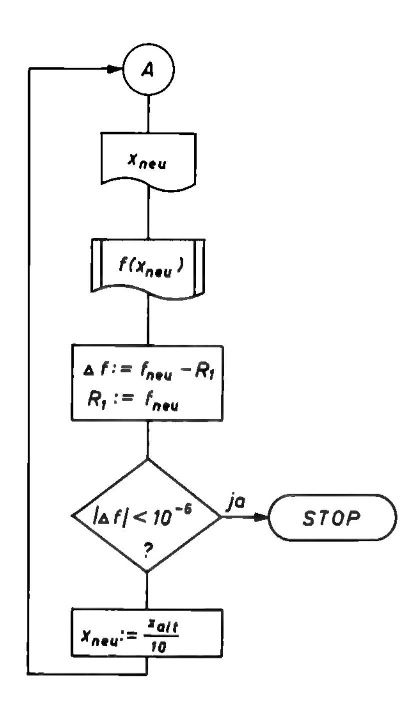
$10^{-6} \to T$

$R_0 = x$ Anfangswert: x_0

$R_1 = f_{alt}$ Anfangswert: 0

2. Wir zeichnen einen Programmablaufplan, wobei wir folgende **Programmdurchführung** berücksichtigen.





3. Nun schreiben wir das **Programm** für $y = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$ mit $x_0 = 1$.

Programm . . . [1]

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
00 34	RCL		
01 00	0		
02 98	*pap		
03 97	*prt	x_{neu}	
04 54	:		
05 23	sin		
06 94	=		
07 20	*1/ x		
08 97	*prt	$f(x_{neu})$	
09 46	*NOP		
10 46	*NOP		
11 46	*NOP		
12 46	*NOP		
13 46	*NOP		
14 46	*NOP		
15 46	*NOP		
16 74	-		
17 39	*EXC		
18 01	1		
19 94	=	(Δf)	
20 28	*|x|		
21 12	INV		
22 47	*x≥ t		
23 03	3		
24 00	0		
25 92	.		
26 01	1		
27 30	*PROD		
28 00	0		
29 42	RST		
30 41	R/S		

4. **Ausgabe**

```
1.000000     PRT
0.841471     PRT

0.100000     PRT
0.998334     PRT

0.010000     PRT
0.999983     PRT

0.001000     PRT
1.000000     PRT

0.000100     PRT
1.000000     PRT
```

[1] PS 09 bis PS 15 Nulloperationen, damit wir das Programm für andere $f(x)$ verwenden können.

16. Unterprogramme

Das Programm, mit dem die Rechnung beginnt, heißt **Hauptprogramm.**

Selbständige Programmteile, die zur Bewältigung von Teilaufgaben von verschiedenen Programmpunkten aus aufgerufen werden können, heißen **Unterprogramme.**

Beim SR-56 wird ein in der Zeile *mn* beginnendes Upro[1] mit dem Befehl



aufgerufen.

Das Unterprogramm wird so lange durchgeführt, bis ein ∗rtn-Befehl erreicht wird[2].

Der ∗rtn-Befehl veranlaßt den Rücksprung in das aufrufende Programm in die unmittelbar hinter ∗subr stehende Programmzeile.

Unterschied zwischen GTO-Befehl und ∗subr-Befehl:

[GTO] [5] [2]

```
12  GTO
13   5
14   2
15  ...
 .
 .        Sprung zur Zeile 52 und Fortsetzung des Programms
 .
51  ...
52  ...
```

[∗subr] [5] [2]

```
12  *subr
13   5
14   2  ----->  52 ...
                53 ...
15              54 ...
16              55 ...
 .              56 ...
 .              57 *rtn
 .
 .
30  *subr
31   5
32   2
33
34
```

Seitensprung mit Rückkehrabsicht

Das aufrufende Programm wird mit dem der Sprungadresse folgenden Befehl fortgesetzt.

[1] Abkürzung für Unterprogramm.

[2] return ≙ zurückkehren.

Beachte: Ein Unterprogramm kann an beliebiger Stelle im Programmspeicher untergebracht werden.

Es ist empfehlenswert, jedes Unterprogramm mit mathematischen Operatoren mit einer linken Klammer [( ] zu beginnen und mit einer rechten Klammer [ )] vor dem Rückkehrbefehl *rtn zu beenden.

Der Befehl [=] ist im Unterprogramm möglichst zu vermeiden, weil [=] alle offenen Rechnungen, auch die des Hauptprogramms, abschließt.

Wenn der Inhalt von X nur zu Beginn der Rechnung benötigt wird, so wird x mit Hilfe einer Blindoperation aktiviert.

Zum Beispiel: [( ] [CE] [+] .... [ )] [*rtn]

Ein Unterprogramm kann ein anderes Upro aufrufen usw.

Der SR-56 kann 4 Rücksprungbefehle speichern[1], wir sprechen daher von 4 Unterprogrammebenen.

BEISPIELE

1. An mehreren Stellen eines Programms wird der Wert der Funktion $f(x) = x^3 - 5x + 1$ benötigt.

Wir können folgendes Upro verwenden[2]: (Aufruf *subr 85)

85	(
86	CE
87	×
88	(
89	x^2
90	—
91	5
92	)
93	+
94	1
95	)
96	*rtn

Beachte:

Die Standardfunktion $y = x^3$ ist am SR-56 nur für $x \geqq 0$ definiert.

Wir rechnen daher:

$x^3 - 5x + 1 = x(x^2 - 5) + 1$

Zur Zeile 86: Die Blindoperation CE aktiviert den Wert x für die Berechnungen innerhalb des äußeren Klammerpaars.

---

[1] Das letzte Unterprogramm darf keine Funktion enthalten, die [*/(n)] als Präfix benötigt.

[2] Wir nehmen an, daß x im X-Register steht.

2. An mehreren Stellen eines Programms ist der Inhalt des Speichers 1 auszudrucken und im Anschluß daran 1 Leerzeile vorzusehen.

Wir lösen dieses Problem mit Hilfe des Upros: (Aufruf ∗subr 95)

95	RCL	98	∗pap
96	1	99	∗rtn
97	∗prt		

3. Der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ ist mittels der Formel

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad n,\ k \in \mathbb{N},\ n > k,\ n,k < 70$$

zu berechnen.

				n
00	33	STO		
01	01	1		
02	57	∗subr		
03	02	2		
04	02	2		
05	54	:		
06	41	R/S	n !	k
07	12	INV		
08	35	SUM		
09	01	1		
10	57	∗subr		
11	02	2		
12	02	2		
13	54	:		
14	34	RCL		
15	01	1		
16	57	∗subr		
17	02	2		
18	02	2		
19	94	=		
20	41	R/S	$\binom{n}{k}$	
21	42	RST		
22	33	STO		
23	00	0		
24	52	(		
25	34	RCL		
26	00	0		
27	64	×		
28	27	∗dsz		
29	02	2		
30	05	5		
31	01	1		
32	53	)		
33	58	∗rtn		

Beachte:

Mit jedem der Befehle ∗subr 22 wird beim Programmschritt 22 weitergerechnet.

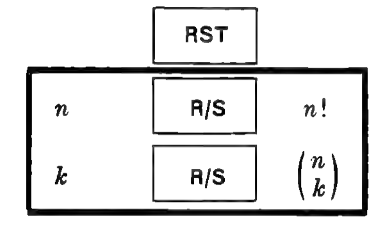
Der Befehl 33 ∗rtn veranlaßt den Rücksprung zu

a) PS 05

b) PS 13

c) PS 19

Programmdurchführung



Test

$n = 17$, $k = 9$: $\binom{n}{k} = 24\,310$

$n = 25$, $k = 8$: $\binom{n}{k} = 1\,081\,575$

Anwendungen

Berechnung von Polynomwerten
(Horner-Schema)

Werte von Polynomen berechnet man vorteilhaft mit Hilfe des **Horner-Schemas.**

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$
$$= \{[(a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2}]x + \dots + a_1\} x + a_0$$

BEISPIELE

1. $p(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 6$
$x = 3$ *Lösung:* $p(3) = 24$

2. $p(x) = x^4 - 2x^2 + 4x + 1$
$x = 2{,}6$ *Lösung:* $p(2{,}6) = 43{,}5776$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Polynomkoeffizienten eingeben	a_0	*CMs	STO 0		
	a_1	STO 1			
	a_2	STO 2			
	a_3	STO 3			
(Koeffizienten, die 0 sind,	a_4	STO 4			
müssen nicht eingegeben	a_5	STO 5			
werden !)	a_6	STO 6			
	a_7	STO 7			
	a_8	STO 8			
	a_9	STO 9			
Polynomwert berechnen	x	R/S			p(x)
(beliebig oft durchführbar)					

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 03	3			66			
				32 57	*subr			67			
				33 05	5			68			
			×	34 00	0			69			
00 64	×			35 34	RCL			70			
01 32	x≷t			36 02	2			71			
02 34	RCL			37 57	*subr			72			
03 09	9			38 05	5			73			
04 84	+			39 00	0			74			
05 34	RCL			40 34	RCL			75			
06 08	8			41 01	1			76			
07 57	*subr			42 57	*subr			77			
08 05	5			43 05	5			78			
09 00	0			44 00	0			79			
10 34	RCL			45 34	RCL			80			
11 07	7			46 00	0			81			
12 57	*subr			47 94	=			82			
13 05	5			48 41	R/S	p(x)		83			
14 00	0			49 42	RST			84			
15 34	RCL			50 94	=			85			
16 06	6			51 32	x≷t			86			
17 57	*subr			52 64	×			87			
18 05	5			53 32	x≷t			88			
19 00	0			54 84	+			89			
20 34	RCL			55 58	*rtn			90			
21 05	5			56				91			
22 57	*subr			57				92			
23 05	5			58				93			
24 00	0			59				94			
25 34	RCL			60				95			
26 04	4			61				96			
27 57	*subr			62				97			
28 05	5			63				98			
29 00	0			64				99			
30 34	RCL			65							

R_0	a_0	R_1	a_1	R_2	a_2	R_3	a_3	R_4	a_4
R_5	a_5	R_6	a_6	R_7	a_7	R_8	a_8	R_9	a_9

Arithmetische Folgen

Glieder einer arithmetischen Folge

$a_1;\ a_1+d;\ a_1+2d;\ \ldots;\ a_1+(n-1)d$

$a_i=a_1+(i-1)d \qquad i=2,3,\ldots$

a_1 ... Anfangsglied
n ... Anzahl der Glieder
d ... Differenz

BEISPIEL

Wie lautet die arithmetische Folge mit $a_1=7;\ d=-3$ und $n=5$?

Lösung: $\langle 7;\ 4;\ 1;\ -2;\ -5\rangle$

			a_1
00 32	x⇄t		
01 84	+		
02 32	x⇄t		
03 94	=		
04 35	SUM		
05 00	0		
06 41	R/S	a_i	
07 42	RST		

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1.		RST			
2. Eingeben: Differenz	d	x⇄t			
Anfangsglied	a_1	STO 0			
3.a Glieder berechnen				R/S	a_2
				R/S	a_3
				⋮	⋮
				R/S	a_n
3.b Zwischensumme abrufen				*EXC 0	s_i
				*EXC 0	a_i
(bei 3.a fortsetzen)					

Summe einer arithmetischen Reihe

$$s_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$ s_n ... Summe der ersten n Glieder

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 17{,}3$
$d = 3{,}1$
$n = 5$

Gesucht: s_5

Lösung: $s_5 = 117{,}5$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Eingeben:					
Anzahl der Glieder	n	R/S			n – 1
Differenz	d	R/S			(n – 1)d/2
Anfangsglied	a_1	R/S			s_n

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
			n
00 64	×		
01 52	(		
02 52	(		
03 51	CE		
04 74	–		
05 01	1		
06 53	)		
07 64	×		
08 41	R/S		d
09 54	:		
10 02	2		
11 84	+		
12 41	R/S		a_1
13 94	=		
14 41	R/S	s_n	
15 42	RST		

Geometrische Folgen

Glieder einer geometrischen Folge

$a_1;\ a_1q;\ a_1q^2;\ a_1q^3;\ \ldots$

$a_i = a_1 q^{i-1} \qquad i = 2, 3, \ldots$

a_1 ... Anfangsglied
q ... Quotient
n ... Anzahl der Glieder einer Folge

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 5$, $q = 3$

Gesucht: $a_2, \ldots, a_6$

Lösung: 15, 45, 135, 405, 1215

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
			a_1
00 32	x⇌t		
01 64	×		
02 32	x⇌t		
03 94	=		
04 35	SUM		
05 00	0		
06 41	R/S	a_i	
07 42	RST		

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1.		RST			
2. Eingabe :					
Quotient	q	x⇌t			.
Anfangsglied	a_1	STO 0			
3.a Glieder berechnen				R/S	a_2
				R/S	a_3
				⋮	⋮
				R/S	a_n
3.b Zwischensummen abrufen				*EXC 0	s_i
				*EXC 0	a_i
(bei 3.a fortsetzen)					

Summe einer endlichen geometrischen Reihe

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \qquad q \neq 1 \qquad \ldots^1$$

Bei der Verwendung eines Taschenrechners muß darauf geachtet werden, daß y^x nur für $y \geqq 0$ definiert ist.

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
			q
00 33	STO		
01 01	1		
02 28	$* \lvert x \rvert$		
03 45	y^x		
04 41	R/S		n
05 74	−		
06 01	1		
07 94	=		
08 64	×		
09 41	R/S		a_1
10 54	:		
11 52	(		
12 34	RCL		
13 01	1		
14 74	−		
15 01	1		
16 94	=		
17 41	R/S	s_n	
18 42	RST		

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 4$, $q = 2$, $n = 5$

Gesucht: s_5

Lösung: $s_5 = 124$

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 4$, $q = -2$, $n = 6$

Gesucht: s_6

Lösung: $s_6 = -84$

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 4$, $q = -2$, $n = 5$

Gesucht: s_5

Lösung: $s_5 = 44$

[1] Für $q = 1$ gilt: $s_n = n a_1$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	1	+/−	×	{ nur für q<0 und n ungerade	
E : Quotient	q	R/S			
Anzahl der Glieder	n	R/S			
Anfangsglied	a_1	R/S			s_n

Summe einer unendlichen geometrischen Reihe

$s = \frac{a_1}{1-q}$ $\quad |q| < 1$

a_1 ... Anfangsglied
q ... Quotient

BEISPIEL

Gegeben: $3 + 1{,}5 + 0{,}75 + \ldots$

Gesucht: s

Lösung: $s = 6$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	a_1	R/S			1.
	q	R/S			s

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
			a_1
00 54	:		
01 52	(		
02 01	1		
03 74	−		
04 41	R/S	1.	q
05 94	=		
06 41	R/S	s	
07 42	RST		

Lineare Interpolation in Tabellen

Gegeben: $(x_1|y_1)$, $(x_2|y_2)$, $x \in [x_1, x_2]$
Gesucht: $y = f(x)$ durch lineare Interpolation

$$y = y_1 + \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \cdot (x - x_1)$$

BEISPIEL

Gegeben seien die Wertepaare (3,7 | 1,2) und (4,9 | 1,7).
Durch lineare Interpolation ist $f(4{,}0)$ zu berechnen.

Lösung: $f(4{,}0) = 1{,}325$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
y_1	R/S	y_1
y_2	R/S	– D
x_1	R/S	
x_2	R/S	
x	R/S	y

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
				y_1
00	84	+		
01	52	(		
02	51	CE		
03	74	–		
04	41	R/S	y_1	y_2
05	53	)		
06	54	:		
07	52	(		
08	41	R/S	– D	x_1
09	74	–		
10	32	x⇌t		
11	41	R/S		x_2
12	53	)		
13	64	×		
14	52	(		
15	41	R/S		x
16	74	–		
17	32	x⇌t		
18	94	=		
19	41	R/S	y	
20	42	RST		

Umwandlung: Dezimalzahl *d* ↔ Zahl *z* zur Basis *b*

$z_b \to d$

$z_b : b = q_0$, Rest r_0

$q_{i-1} : \bar{b} = q_i$, Rest r_i, $i = 1, 2, \ldots$

so lange, bis $q_i = 0$, dann gilt: $d = \sum_{j=0}^{i} r_j \cdot b^j$

$d \to z_b$

$d : b = q_0$, Rest r_0

$q_{i-1} : b = q_i$, Rest r_i, $i = 1, 2, \ldots$

so lange, bis $q_i = 0$, dann gilt: $z_b = \sum_{j=0}^{i} r_j \cdot \bar{b}^j$

b ... Basis,

$\bar{b}$ ... nächstgrößere reine Zehnerpotenz, z. B.:

$b = 8 \to \bar{b} = 10$;

$b = 16 \to \bar{b} = 100$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	b	STO 1			
	$\bar{b}$	STO 2			
d in z_b umwandeln	d	x⇄t			0.
	2	R/S			z_b
z_b in d umwandeln	z_b	x⇄t	R/S		d ; "x"
bei Blinken der Anzeige				CE	x

Eine Ziffer ≧b wird angezeigt. Man kann mit dieser „falschen" Ziffer mit [R/S] weiterrechnen, oder, nach [CLR]·[x⇄t] [RST], die Zahl z_b neuerlich, diesmal richtig, eingeben.

Beachte: Die Ein- bzw. Ausgabe von Zahlen z_b mit $100 > b > 10$ erfolgt mit zwei Ziffern für jede Einzelziffer der Zahl, nur die führende Null wird nicht angezeigt (A≙10, B≙11,...; $(5FC9)_{16}$ ≙ 5151209_{16}). Ein häufig auftretender Fehler bei der Eingabe solcher Zahlen ist das Vergessen einer Null :

5FC9 ≙ 5151209 wird zu 515129.

Dieser Fehler erzeugt oft „zu große" Ziffern (≧ b), die dann blinkend angezeigt werden.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 04	4		
				32 74	−		
				33 29	*Int	(q_i)	
				34 33	STO		
00 33	STO			35 06	6		
01 00	0			36 94	=		
02 34	RCL			37 64	×		
03 01	1			38 34	RCL		
04 32	x⇌t			39 04	4		
05 33	STO			40 64	×	(r_i)	
06 06	6			41 12	INV		
07 34	RCL			42 47	*x≥t		
08 02	2			43 04	4		
09 27	*dsz			44 06	6		
10 01	1			45 22	GTO		
11 03	3			46 34	RCL		
12 32	x⇌t			47 05	5		
13 33	STO			48 94	=		
14 03	3			49 35	SUM		
15 32	x⇌t			50 00	0		
16 33	STO			51 34	RCL		
17 04	4			52 03	3		
18 01	1			53 30	*PROD		
19 33	STO			54 05	5		
20 05	5			55 34	RCL		
21 00	0			56 06	6		
22 33	STO			57 56	*CP		
23 00	0			58 12	INV		
24 34	RCL			59 37	*x = t		
25 06	6			60 02	2		
26 54	:			61 06	6		
27 34	RCL			62 34	RCL		
28 01	1			63 00	0		
29 32	x⇌t			64 41	R/S		
30 34	RCL			65 42	RST		

Bemerkungen:

PS 09 bis PS 012: Abfrage, ob $z_b \to d$ oder $d \to z_b$ durchgeführt werden soll.

PS 41 bis PS 44: Abfrage, ob die Ziffer $< b$ ist.

Wenn *nicht:*

PS 45: Blinken.

BEISPIELE

1. 100 ist in eine *Binärzahl* (Basis 2, Ziffern 0, 1) umzuwandeln.
2. 743 ist in eine *Oktalzahl* (Basis 8, Ziffern 0, 1, ..., 7) umzuwandeln.
3. 24 521 ist in eine *Hexadezimalzahl* (Basis 16, Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F) umzuwandeln.

Lösungen:

1. $(1100100)_2$
2. $(1347)_8$
3. $(5FC9)_{16}$

R_0 ; Resultat	R_1 b	R_2 $\bar{b}$	R_3 $\bar{b}$; b	R_4 b ; $\bar{b}$
R_5 $\bar{b}^i$; b^i	R_6 z; q_i	R_7	R_8	R_9

Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches[1]

Euklid-Algorithmus für die Bestimmung von ggT(x,y):

$$r = x - y\left[\frac{x}{y}\right] \quad \ldots^{2}$$

Der letzte, nicht verschwindende Rest r ist ggT(x,y).

$$\text{kgV}(x,y) = \frac{xy}{\text{ggT}(x,y)}$$

BEISPIELE

1. Gegeben: $a_1 = 437$; $a_2 = 551$; $a_3 = 703$
Gesucht: $v(a_1, a_2, a_3)$, $T(a_1, a_2, a_3)$
Lösung: $v = 468901$; $T = 19$

2. Gegeben: $a_1 = 144$; $a_2 = 60$; $a_3 = 36$; $a_4 = 240$
Gesucht: $v(a_1, a_2, a_3, a_4)$, $T(a_1, a_2, a_3, a_4)$
Lösung: $v = 720$; $T = 12$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
	a_1	RST	R/S		a_1
	a_2	R/S			$v(a_1, a_2)$
		R/S			$T(a_1, a_2)$
	a_3	R/S			$v(a_1, a_2, a_3)$
		R/S			$T(a_1, a_2, a_3)$
	a_4	R/S			$v(a_i)$
		⋮			⋮

[1] Wir beschränken uns auf positive ganze Zahlen.
[2] $[a]$ ist das Symbol für die größte ganze Zahl $\leqq a$.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 01	1		
				32 94	=	(r_k)	
				33 37	*x = t		
			a_1	34 00	0		
00 38	*CMs			35 06	6		
01 56	*CP			36 39	*EXC		
02 33	STO			37 01	1		
03 01	1			38 22	GTO		
04 33	STO			39 02	2		
05 02	2			40 01	1		
06 27	*dsz			41 34	RCL		
07 04	4			42 02	2		
08 01	1			43 54	:		
09 02	2			44 34	RCL		
10 33	STO			45 01	1		
11 00	0			46 94	=		
12 34	RCL			47 33	STO		
13 02	2			48 02	2		
14 39	*EXC			49 41	R/S	kgV	
15 01	1			50 34	RCL		
16 33	STO			51 03	3		
17 03	3			52 22	GTO		
18 41	R/S	ggT	a_i	53 02	2		
19 30	*PROD			54 01	1		
20 02	2			55			
21 74	−			56			
22 52	(			57			
23 51	CE			58			
24 54	:			59			
25 34	RCL			60			
26 01	1			61			
27 53	)			62			
28 29	*Int			63			
29 64	×			64			
30 34	RCL			65			

R_0 Zähler	R_1 r_k	R_2 kgV	R_3 ggT	R_4
R_5	R_6	R_7	R_8	R_9

Komplexe Zahlen

Addition und Subtraktion von komplexen Zahlen

$$(a_1 + b_1 j) \pm (a_2 + b_2 j) = (a_1 \pm a_2) + (b_1 \pm b_2) j$$
$$= \quad u \quad + \quad v j$$ ... [1]

Multiplikation von komplexen Zahlen

$z_1 = a_1 + b_1 j = r_1 e^{j\varphi_1}$ $\qquad$ $z_2 = a_2 + b_2 j = r_2 e^{j\varphi_2}$

$z_1 \cdot z_2 = u + v j = r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$

$u = a_1 a_2 - b_1 b_2$ $\qquad$ $v = a_1 b_2 + b_1 a_2$ ... [1]

Division von komplexen Zahlen

$z_1 = a_1 + b_1 j = r_1 e^{j\varphi_1}$ $\qquad$ $z_2 = a_2 + b_2 j = r_2 e^{j\varphi_2}$

$$z = \frac{z_1}{z_2} = u + v j = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$u = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$ $\qquad$ $v = \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$ ... [1]

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Addition	K	R/S		...1	K
(Subtraktion)	a_1	R/S			a_1
	b_1	R/S			b_1
	a_2	R/S			u
	b_2	R/S			v
Multiplikation	K	R/S		...1	K
(Division)	a_1	R/S			
	b_1	R/S			r_1
	a_2	R/S			φ_1
	b_2	R/S			u
		R/S			v

[1] **Kennzahlen:** Addition **K = −3**; Subtraktion **K = −1**; Multiplikation **K = 3**; Division **K = 1**.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 26	*f(n)		
				32 03	R→P		
				33 84	+		
			K	34 32	x⇌t		
00 56	*CP			35 33	STO	(r_1)	
01 33	STO			36 01	1		
02 00	0			37 41	R/S	r_1	a_2
03 47	*x≥t			38 32	x⇌t		
04 02	2			39 41	R/S	φ_1	b_2
05 08	8			40 26	*f(n)		
06 41	R/S	K	a_1	41 03	R→P		
07 33	STC			42 27	*dsz		
08 01	1			43 04	4		
09 41	R/S	a_1	b_1	44 06	6		
10 84	+			45 93	+/−		
11 41	R/S	b_1	a_2	46 94	=		
12 27	*dsz			47 32	x⇌t	(r_2)	
13 01	1			48 27	*dsz		
14 06	6			49 05	5		
15 93	+/−			50 02	2		
16 35	SUM			51 20	*1/x	$1/r_2$	
17 01	1			52 64	x		
18 34	RCL			53 34	RCL		
19 01	1			54 01	1		
20 41	R/S	u	b_2	55 94	=	$(r_1 \cdot r_2; r_1/r_2)$	
21 27	*dsz			56 32	x⇌t		
22 02	2			57 26	*f(n)		
23 05	5			58 02	P→R		
24 93	+/−			59 32	x⇌t		
25 94	=			60 41	R/S	u	
26 41	R/S	v		61 32	x⇌t		
27 42	RST			62 41	R/S	v	
28 41	R/S	K	a_1	63 42	RST		
29 32	x⇌t			64			
30 41	R/S		b_1	65			

R_0	K	R_1	belegt

BEISPIEL

Gegeben: $z_1 = -3 - 5j$
$z_2 = -4 + 7j$

Gesucht: $z_1 + z_2$
$z_1 - z_2$

Lösung:
$z_1 + z_2 = -7 + 2j$
$z_1 - z_2 = 1 - 12j$

BEISPIEL

Gegeben: $z_1 = 5 - 3j$
$z_2 = 2 + 4j$

Gesucht: $z_1 \cdot z_2$

Lösung: $22 + 14j$

BEISPIEL

Gegeben: $z_1 = 22 + 14j$
$z_2 = 2 + 4j$

Gesucht: $\frac{z_1}{z_2}$

Lösung: $5 - 3j$

Potenzieren einer komplexen Zahl

$z = a + bj = re^{j\varphi}$ $\qquad$ $z^n = u + vj = r^n e^{jn\varphi}$

Radizieren einer komplexen Zahl

$z = a + bj$ $\qquad$ $z = (\varphi; r)$

$z_k = \sqrt[n]{z} = u_k + v_k j$ $\qquad$ $z_k = \left(\dfrac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{n};\ \sqrt[n]{r}\right)$ $\qquad$ $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
1. Potenzieren :					
	a	R/S			360.
	b	R/S			r
	n	R/S			u
		R/S			v
2. Radizieren :					
	a	R/S			360.
	b	R/S			r
	n	*1/x	R/S		u_0
			R/S		v_0
			R/S		u_1
			R/S		v_1
			⋮		⋮
			R/S		u_{n-1}
			R/S		v_{n-1}

Drückt man die [R/S] -Taste versehentlich einmal zu oft, so erscheint 360. in der Anzeige ; in diesem Fall muß vor einer Neueingabe [RST] gedrückt werden .

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			a
00 32	x⇌t		
01 03	3		
02 06	6		
03 00	0		
04 33	STO		
05 03	3		
06 41	R/S	360.	b
07 26	*f(n)		
08 03	R→P		
09 33	STO		
10 01	1		
11 32	x⇌t		
12 45	y^x		
13 41	R/S	r	n; 1/n
14 20	*1/x		
15 33	STO		
16 00	0		
17 20	*1/x		
18 30	*PROD		
19 01	1		
20 30	*PROD		
21 03	3		
22 94	=		
23 33	STO		
24 02	2		
25 32	x⇌t		
26 34	RCL		
27 01	1		
28 26	*f(n)		
29 02	P→R		
30 32	x⇌t		
31 41	R/S	u_k	
32 32	x⇌t		
33 41	R/S	v_k	
34 27	*dsz		
35 03	3		
36 08	8		
37 42	RST		
38 34	RCL		
39 03	3		
40 35	SUM		
41 01	1		
42 34	RCL		
43 02	2		
44 22	GTO		
45 02	2		
46 05	5		

R_0 1/n; n−k	R_1 n.φ; φ/n+k.360/n	R_2 r^n; $r^{1/n}$	R_3 360.n; 360/n	z^n; $\sqrt[n]{z}$

BEISPIEL

Gegeben: $z = 2 - 3j$

Gesucht: z^5, z^{-2}

Lösung:

$z^5 = 122 + 597j$;

$z^{-2} = -0{,}0296 + 0{,}0710j$

BEISPIELE

Gegeben: $z = 3 + 4j$

Gesucht: $\sqrt{z}$, $\sqrt[3]{z}$

Lösung: a) $z_0 = 2 + j$; $z_1 = -2 - j$

b) $z_0 = 1{,}629 + 0{,}520j$;

$z_1 = -1{,}265 + 1{,}151j$;

$z_2 = -0{,}364 - 1{,}671j$

Determinanten

Zweireihige Determinanten

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
a_{11}	R/S	
a_{12}	R/S	$-a_{12}$
a_{21}	R/S	a_{11}
a_{22}	R/S	D

BEISPIEL

$D=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$ ist zu berechnen.

Lösung: $D=7$

Dreireihige Determinanten

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{matrix} a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ -a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} \end{matrix}$$

Anleitung:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

BEISPIEL

$D=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \end{vmatrix}$ ist zu berechnen.

Lösung: $D=-91$

Dreireihige Determinanten

Programmdurchführung

Zeilenweises Eingeben der Elemente

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
a_{11}	R/S	
a_{12}	R/S	
a_{13}	R/S	
a_{21}	R/S	
a_{22}	R/S	
a_{23}	R/S	
a_{31}	R/S	
a_{32}	R/S	
a_{33}	R/S	D

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			a_{11}
00 33	STO		
01 00	0		
02 64	×		
03 41	R/S		a_{12}
04 33	STO		
05 06	6		
06 33	STO		
07 01	1		
08 41	R/S		a_{13}
09 33	STO		
10 05	5		
11 33	STO		
12 02	2		
13 41	R/S		a_{21}
14 30	*PROD		
15 06	6		
16 30	*PROD		
17 02	2		
18 41	R/S		a_{22}
19 30	*PROD		
20 05	5		
21 64	×		
22 41	R/S		a_{23}
23 30	*PROD		
24 01	1		
25 30	*PROD		
26 00	0		
27 41	R/S		a_{31}
28 30	*PROD		
29 05	5		
30 30	*PROD		
31 01	1		
32 41	R/S		a_{32}
33 30	*PROD		
34 00	0		
35 30	*PROD		
36 02	2		
37 41	R/S		a_{33}
38 30	*PROD		
39 06	6		
40 84	+		
41 34	RCL		
42 01	1		
43 84	+		
44 34	RCL		
45 02	2		
46 74	−		
47 34	RCL		
48 00	0		
49 74	−		
50 34	RCL		
51 06	6		
52 74	−		
53 34	RCL		
54 05	5		
55 94	=		
56 41	R/S	D	
57 42	RST		

R_0 a_{11} a_{23} a_{32}	R_1 a_{12} a_{23} a_{31}	R_2 a_{13} a_{21} a_{32}
R_5 a_{13} a_{22} a_{31}	R_6 a_{12} a_{21} a_{33}	R_7

Zweireihige Determinanten

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			a_{11}
00 32	x⇄t		
01 41	R/S		a_{12}
02 93	+/−		
03 64	×		
04 41	R/S	$-a_{12}$	a_{21}
05 84	+		
06 32	x⇄t		
07 64	×		
08 41	R/S	a_{11}	a_{22}
09 94	=		
10 41	R/S	D	
11 42	RST		

Lineare Gleichungssysteme

Lineares Gleichungssystem in 2 Variablen

Das System

$a_{11}x + a_{12}y = a_1$
$a_{21}x + a_{22}y = a_2$

ist genau dann eindeutig lösbar, wenn die Koeffizientendeterminante

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0 \qquad \text{ist.}$$

BEISPIEL

Das System $\begin{array}{l} 2x - 3y = -12 \\ 5x + 7y = -1 \end{array}$ ist zu lösen

Lösung: $x = -3 \qquad y = 2$

Die Lösung erfolgt hier mit Hilfe des **Gauß-Algorithmus.**

(I) $\quad x + \frac{a_{12}}{a_{11}} y = \frac{a_1}{a_{11}} \qquad (a_{11} \neq 0)$

(II) $\quad x + \frac{a_{22}}{a_{21}} y = \frac{a_2}{a_{21}} \qquad (a_{21} \neq 0)$

(II) − (I) $\quad y = \frac{a_2' - a_1'}{a_{22}' - a_{12}'}$

$x = a_1' - a_{12}' y$

mit $a_{12}' = \frac{a_{12}}{a_{11}}; \quad a_1' = \frac{a_1}{a_{11}}$

$a_{22}' = \frac{a_{22}}{a_{21}}; \quad a_2' = \frac{a_2}{a_{21}}$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Zeilenweises Eingeben	a_{11}	R/S			
der Koeffizienten	a_{12}	R/S			
	a_1	R/S			
	a_{21}	R/S			
	a_{22}	R/S			
	a_2	R/S			x
		x⇄t			y

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			a_{11}
00 20	*1/x		
01 93	+/−		
02 33	STO		
03 00	0		
04 33	STO		
05 01	1		
06 41	R/S		a_{12}
07 30	*PROD		
08 00	0	$R_0 = - a_{12}'$	
09 41	R/S		a_1
10 30	*PROD		
11 01	1	$R_1 = - a_1'$	
12 41	R/S		a_{21}
13 54	:		
14 32	x⇄t		
15 41	R/S		a_{22}
16 94	=		
17 20	*1/x	a_{22}'	
18 84	+		
19 34	RCL		
20 00	0		
21 94	=	$a_{22}' - a_{12}'$	
22 54	:		
23 52	(		
24 41	R/S		a_2
25 54	:		
26 32	x⇄t	(a_{21})	
27 84	+	(a_2')	
28 34	RCL		
29 01	1		
30 94	=		
31 20	*1/x		
32 64	x	(y)	
33 32	x⇄t		
34 34	RCL		
35 00	0		
36 74	−		
37 34	RCL		
38 01	1		
39 94	=		
40 41	R/S	x	
41 42	RST		
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			
51			
52			
53			
54			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			

R_0 $- a_{12}'$	R_1 $- a_1'$	R_2
R_5	R_6	R_7

Lineares Gleichungssystem in 3 Variablen

Das inhomogene lineare Gleichungssystem

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = a_1$$
$$a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = a_2$$
$$a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = a_3$$

ist genau dann eindeutig lösbar, wenn

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{ist.}$$

BEISPIEL

Das folgende Gleichungssystem ist zu lösen:

(I) $-2{,}50x + 4{,}63y - 2{,}18z = -8{,}53$
(II) $5{,}83x + 7{,}80y + 3{,}75z = 22{,}6$
(III) $4{,}23x - 6{,}43y + 2{,}45z = 15{,}2$

Lösung: $D = 52{,}902\,882$
$x = 4{,}047\,28$
$y = 0{,}110\,14$
$z = -0{,}494\,61$

Die Lösung erfolgt hier mit Hilfe des **verketteten Gauß-Algorithmus**[1].

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
Spaltenweises Eingeben	a11	RST	+/-	*1/x	
der Koeffizienten		STO 1	x	x⇌t	
	a21	x	R/S		
	a31	R/S			
	a12	R/S			
	a22	R/S			
	a32	R/S			
	a13	R/S			
	a23	R/S			
	a33	R/S			
	a1	R/S			
	a2	R/S			
	a3	R/S			z
		R/S			y
		R/S			x

[1] Zum Beispiel: Schärf, Mathematik für Höhere Technische Lehranstalten, Band 4.

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
				a_{21}
00	33	STO		
01	02	2	$R_2=c_{21}$	
02	52	(		
03	39	*EXC		
04	01	1	$R_1=c_{21}$	
05	64	×		
06	41	R/S		a_{31}
07	64	×	(c_{31})	
08	33	STO		
09	04	4		
10	33	STO		
11	05	5		
12	41	R/S		a_{12}
13	33	STO		
14	06	6		
15	30	*PROD		
16	01	1	$R_1 = c_{21}a_{12}$	
17	53	)		
18	33	STO		
19	07	7	$R_7 = a_{12}c_{31}$	
20	41	R/S		a_{22}
21	35	SUM		
22	01	1	$R_1 = b_{22}$	
23	41	R/S		a_{32}
24	35	SUM		
25	07	7	$R_7=-b_{22}c_{32}$	
26	41	R/S		a_{13}
27	33	STO		
28	00	0		
29	30	*PROD		
30	05	5	$R_5 = c_{31}a_{13}$	
31	84	+	$(c_{21}a_{13})$	
32	41	R/S		a_{23}
33	94	=	(b_{23})	
34	64	×		
35	52	(		
36	39	*EXC		
37	07	7	$(-b_{22}c_{32})$	
38	93	+/−		
39	54	:		
40	34	RCL		
41	01	1	(b_{22})	
42	53	)	(c_{32})	
43	33	STO		
44	03	3		
45	84	+		
46	41	R/S		a_{33}
47	94	=		
48	35	SUM		
49	05	5	$R_5 = b_{33}$	
50	41	R/S		a_1
51	64	×		
52	30	*PROD		
53	04	4	$R_4 = a_1c_{31}$	
54	39	*EXC		
55	02	2	(c_{21})	
56	84	+		
57	41	R/S		a_2
58	94	=	(b_2)	
59	64	×		
60	39	*EXC		
61	03	3	(c_{32})	
62	84	+		
63	41	R/S		a_3
64	84	+		
65	34	RCL		
66	04	4	(a_1c_{31})	
67	94	=	(b_3)	
68	54	:		
69	34	RCL		
70	05	5	(b_{33})	
71	64	×		
72	41	R/S	z	
73	30	*PROD		
74	00	0	$R_0=a_{13}$ z	
75	39	*EXC		
76	07	7	(b_{23})	
77	74	−		
78	34	RCL		
79	03	3	(b_2)	
80	94	=		
81	54	:		
82	34	RCL		
83	01	1	(b_{22})	
84	93	+/−		
85	64	×		
86	41	R/S	y	
87	39	*EXC		
88	06	6	(a_{12})	
89	84	+		
90	34	RCL		
91	00	0	$(a_{13}z)$	
92	74	−		
93	34	RCL		
94	02	2	(a_1)	
95	94	=		
96	64	×		
97	32	x⇌t	$(-1/a_{11})$	
98	94	=		
99	41	R/S	x	

R_0 a_{13} ; a_{13} z	R_1 $-1/a_{11}$; c_{21} ; b_{22}	R_2 c_{21} ; a_1	R_3 c_{32} ; b_2	R_4 c_{31} ; $c_{31}a_1$
R_5 c_{31} ; $a_{13}c_{31}$; b_{33}	R_6 a_{12} ; y	R_7 $a_{32}+c_{31}a_{12}$; b_{23} ; z	R_8	R_9

Quadratische Gleichung $Ax^2+Bx+C=0$

Die Lösungen der Gleichung

$Ax^2+Bx+C=0$

lauten:

$$x_1=\frac{-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2A} \quad \text{und} \quad x_2=\frac{-B-\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$$

BEISPIELE

		Lösungen:	
1.	$x^2+7{,}2x-3{,}72=0$	$x_1=0{,}484\,12$	$x_2=-7{,}6841$
2.	$x^2-3{,}24x+2{,}6244=0$	$x_1=x_2=1{,}62$	
3.	$x^2-1{,}5x+24{,}7=0$	$x_1=0{,}75+4{,}913\,\mathrm{j}$	$x_2=0{,}75-4{,}913\,\mathrm{j}$
4.	$5{,}3x^2+9{,}7x+45{,}3=0$	$p=\frac{9{,}7}{5{,}3}$	$q=\frac{45{,}3}{5{,}3}$
		$x_1=-0{,}9151+2{,}7766\,\mathrm{j}$	
		$x_2=-0{,}9151-2{,}7766\,\mathrm{j}$	

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koeffizienten eingeben	A	R/S			- 1/2 A
	B	R/S			
	C	R/S			x_1 ; *)
				R/S	x_2
*) bei Blinken der Anzeige:				CE	Im (x)
				R/S	Re (x)

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			A
00 20	*1/x		
01 93	+/−		
02 54	:		
03 32	x⇌t	t = − 1/A	
04 02	2		
05 64	x		
06 41	R/S		B
07 64	x	(− B/2 A)	
08 33	STO		
09 00	0		
10 84	+		
11 41	R/S		C
12 64	x		
13 32	x⇌t	(− 1/ A)	
14 94	=	(D)	
15 56	*CP	t = 0	
16 47	*x ≥ t	D ≥ 0	
17 02	2	ja: ⇒ 23	
18 03	3	(x_i reell)	
19 48	* $\sqrt{x}$	"Im(x)"	
20 22	GTO		
21 03	3		
22 02	2		
23 48	* $\sqrt{x}$		
24 74	−		
25 39	*EXC		
26 00	0	$R_0 = \sqrt{D}$	
27 35	SUM		
28 00	0		
29 94	=		
30 93	+/−		
31 41	R/S	x_1	
32 34	RCL		
33 00	0		
34 41	R/S	x_2 ; Re (x)	
35 42	RST		

R_0 − B/2 A; x_2	R_1
R_5	R_6

Kubische Gleichung $x^3+ax^2+bx+c=0$

Man berechnet eine reelle Wurzel mit Hilfe des Newton-Näherungsverfahrens[1].

Dann berechnet man die Wurzeln x_2 und x_3 aus der quadratischen Gleichung $x^2+px+q=0$ mit $p=a+x_1$ und $q=x_1{}^2+ax_1+b$.

BEISPIELE

		Lösungen:		
1.	$x^3-19x^2+81x+101=0$	$x_1=-1$	$x_2=10+j$	$x_3=10-j$
2.	$x^3-9x^2+24x-16=0$	$x_1=1$	$x_2=x_3=4$	... [2]
3.	$x^3-15x^2+75x-125=0$	$x_1=x_2=x_3=5$		
4.	$x^3-13x^2+20x+100=0$	$x_1=10$	$x_2=5$	$x_3=-2$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koeffizienten eingeben	a	STO 1			
	b	STO 2			
	c	STO 3			
Genauigkeitsgrad eingeben	ε	STO 6			
Näherungswert eingeben	x_0	STO 0			
Iteration durchführen		R/S			'x_1'
					x_1
				R/S	x_2; $\mathrm{Re}_2 x_3$
				R/S	x_3; "$\mathrm{Im}_2 x_3$"

[1] Dieses Verfahren setzt $f'(x)\neq 0$ voraus und ist daher für kubische Gleichungen mit $x_1=x_2=x_3$ nicht anwendbar.

[2] Rechnergenauigkeit beachten!

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
00 34	RCL		
01 00	0		
02 59	*pause	'x_i'	
03 84	+		
04 34	RCL		
05 01	1		
06 94	=		
07 33	STO		
08 04	4		
09 64	×		
10 34	RCL		
11 00	0		
12 84	+		
13 32	x ⇄ t		
14 34	RCL		
15 02	2		
16 94	=		
17 33	STO		
18 05	5		
19 64	×		
20 34	RCL		
21 00	0		
22 84	+		
23 34	RCL		
24 03	3		
25 94	=	($f(x_i)$)	
26 54	:		
27 52	(		
28 32	x ⇄ t		
29 84	+		
30 34	RCL		

31 00	0		
32 43	x^2		
33 84	+		
34 34	RCL		
35 05	5		
36 94	=	(Δx)	
37 12	INV		
38 35	SUM		
39 00	0		
40 28	*|x|		
41 32	x ⇄ t		
42 34	RCL		
43 06	6		
44 12	INV		
45 47	*x≥t		
46 00	0		
47 00	0		
48 34	RCL		
49 00	0		
50 41	R/S	x1	
51 34	RCL		
52 04	4		
53 54	:		
54 02	2		
55 64	×		
56 33	STO		
57 04	4		
58 74	-		
59 34	RCL		
60 05	5		
61 94	=		
62 56	*CP		
63 47	*x≥t		
64 07	7		
65 04	4		

66 39	*EXC		
67 04	4		
68 93	+/-		
69 41	R/S	Re_2x_3	
70 34	RCL		
71 04	4		
72 48	* $\sqrt{x}$	"Im_2x_3"	
73 42	RST		
74 48	* $\sqrt{x}$		
75 74	-		
76 39	*EXC		
77 04	4		
78 35	SUM		
79 04	4		
80 94	=		
81 41	R/S	x2	
82 34	RCL		
83 04	4		
84 93	+/-		
85 41	R/S	x3	
86 42	RST		
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			

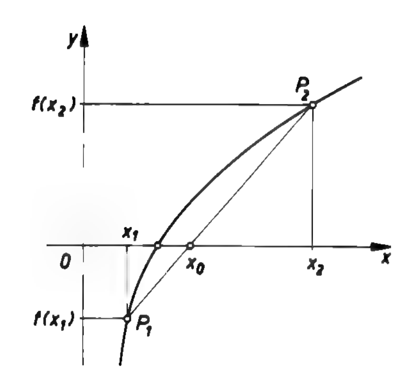
R_0 x_i	R_1 a	R_2 b	R_3 c	R_4 belegt
R_5 $q := x_i^2 + ax_i + b$	R_6 ε	R_7	R_8	R_9

Näherungsweise Auflösung von Gleichungen

Regula falsi

Falls sign $f(x_1) \neq$ sign $f(x_2)$, so gilt:

$$x_0 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$



BEISPIEL

$e^{-x} + \frac{x}{5} - 1 = 0$ $\qquad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$

$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$

x	$f(x)$
4,9 5,0	−0,01255 0,00674
4,96507 5	−0,00001 0,00674
4,96511	0,00000

Lösung: $x = 4{,}96511$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für f(x) eingeben		GTO 64	LRN	(	
(darf kein [=] enthalten;		......	..f(x)..	......	
x wird im X-Register übernommen)		)	*rtn	LRN	
gewünschte Genauigkeit und	ε	STO 0			
Anfangswerte eingeben	x1	STO 1			
Programmablauf starten	x2	STO 2	RST	R/S	'x0'
					'f(x0)'
					x0

Beachte: Das UPRO zur Berechnung von $f(x)$ befindet sich im Programm (PS 64 bis PS 76).

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
00 34	RCL		
01 01	1		
02 74	−		
03 57	*subr		
04 06	6		
05 04	4		
06 33	STO		
07 03	3		
08 64	×		
09 52	(		
10 34	RCL		
11 02	2		
12 74	−		
13 34	RCL		
14 01	1		
15 53	)		
16 54	:		
17 52	(		
18 34	RCL		
19 02	2		
20 57	*subr		
21 06	6		
22 04	4		
23 74	−		
24 34	RCL		
25 03	3		
26 94	=		
27 59	*pause	'x_0'	
28 33	STO		
29 04	4		
30 57	*subr		

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
31 06	6		
32 04	4		
33 59	*pause	'$f(x_0)$'	
34 59	*pause	'$f(x_0)$'	
35 30	*PROD		
36 03	3		
37 28	* |x|		
38 74	−		
39 34	RCL		
40 00	0		
41 94	=		
42 56	*CP		
43 47	*x ≥ t		
44 04	4		
45 09	9		
46 34	RCL		
47 04	4		
48 41	R/S	x_0	
49 34	RCL		
50 03	3		
51 47	*x ≥ t		
52 05	5		
53 09	9		
54 34	RCL		
55 04	4		
56 33	STO		
57 02	2		
58 42	RST		
59 34	RCL		
60 04	4		
61 33	STO		
62 01	1		
63 42	RST		
64 52	(		
65 51	CE		

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
66 54	:		
67 32	x⇄t		
68 05	5		
69 84	+		
70 32	x⇄t		
71 93	+/−		
72 14	e^x		
73 74	−		
74 01	1		
75 53	)		
76 58	*rtn		

Register	Inhalt
R_0	ε
R_1	x_1
R_2	x_2
R_3	$f(x_1)$; $f(x_1) \cdot f(x_0)$
R_4	x_0

Beachte: Im PS 27 wird die iterative Zwischenlösung x_0 kurz angezeigt, in PS 33 und PS 34 deren Funktionswert.

Die Abfrage nach der erzielten Genauigkeit ($|f(x)| < \varepsilon$?) erfolgt in der Form ($|f(x)| - \varepsilon) \geqq 0$? im PS 43.

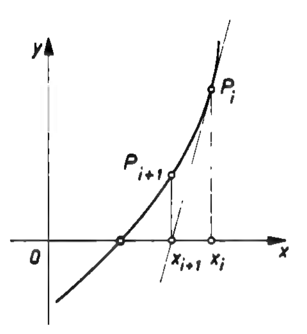
Der Sprungbefehl nach PS 59 wird übergangen, falls $|f(x)| < \varepsilon$ gilt, und die Näherungslösung x_0 in PS 48 fest angezeigt.

Falls $f(x_1) \cdot f(x_0) \geqq 0$ ist ($\operatorname{sgn} f(x_1) = \operatorname{sgn} f(x_0)$), so wird x_0 mit x_1 vertauscht (PSe 59 bis 62), andernfalls mit x_2 (PSe 54 bis 57) und die nächste Zwischenlösungsberechnung mit RST eingeleitet (die Abfrage erfolgt im PS 51).

Näherungsverfahren von Newton

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$



BEISPIELE

1. $x - \cos x = 0$ $\quad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-5}$

$f(x) = x - \cos x$

$f'(x) = 1 + \sin x$ $\quad x_1 = 1$

Lösung: $x = 0{,}73909$

x	$f(x)$
1	0,45970
0,75036	0,01892
0,73911	0,00005
0,73909	0,00000

Die UPROS für $f(x)$ und $f'(x)$ befinden sich im Programm.

2. $e^{-x} + \frac{x}{5} - 1 = 0$ $\quad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-5}$

$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$

$f'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{5}$

Es ist $x_1 = 0$.

Die zweite Lösung ist zu ermitteln.

Wir wählen $x_2 = 5$.

x	$f(x)$
5	0,00674
4,96514	0,00000

Lösung: $x_2 = 4{,}96514$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1. UPRO für f(x) eingeben		GTO 19	LRN	......	-
		=	*rtn	LRN	
UPRO für f'(x) eingeben		GTO 58	LRN	......	
(Winkelmodus wählen)		*rtn	LRN	*RAD	
Anfangswert eingeben	x_1	STO 0	RST	*fix 5	
2. Näherungswerte und				R/S	x_i
Funktionswerte berechnen				R/S	$f(x_i)$

Bemerkungen: Das UPRO für $f'(x)$ darf kein [=] enthalten; die zur Berechnung notwendigen Klammern sind in PS 08 und PS 12 im Programm enthalten. Im PS 13 wird vor der Anzeige von x_{i+1} der Wert von $f'(x_i)$ kurz angezeigt. Das Verfahren versagt für $f'(x) = 0$ (Division durch $0 \Rightarrow$ Blinken der Anzeige).

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x_1
00 34	RCL		
01 00	0		
02 41	R/S	x_i	
03 57	*subr		
04 01	1		
05 09	9		
06 41	R/S	$f(x_i)$	
07 54	:		
08 52	(		
09 57	*subr		
10 05	5		
11 08	8		
12 53	)		
13 59	*pause	'f'(x_i)'	
14 94	=		
15 12	INV		
16 35	SUM		
17 00	0		
18 42	RST		
19 74	−		
20 24	cos		
21 94	=		
22 58	*rtn		
00			
5			
58 01	1		
59 84	+		
60 34	RCL		
61 00	0		
62 23	sin		
63 58	*rtn		

R_0	x_i

Zu Beispiel 2:

$$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$$

19 93	+/−		
20 14	e^x		
21 84	+		
22 34	RCL		
23 00	0		
24 54	:		
25 05	5		
26 74	−		
27 01	1		
28 94	=		
29 58	*rtn		
30 00			

$$f'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{5}$$

57 00			
58 92	•		
59 02	2		
60 74	−		
61 34	RCL		
62 00	0		
63 93	+/−		
64 14	e^x		
65 58	*rtn		

Hyperbelfunktionen und Areafunktionen

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \qquad \coth x = \frac{1}{\tanh x} \qquad (x \neq 0)$$

BEISPIELE

1. sinh 2,6 = 6,6947

2. cosh (– 2,6) = 6,7690

3. tanh 1,8 = 0,9468

4. coth 1,8 = 1,0562

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		GTO 42			
Kennzahl eingeben	K	R/S			
	x	R/S			f(x)

Kennzahlen: cosh x: K = **1**; sinh x: K = **2**; tanh x: K = **–3**; coth x: K = **3**

$$\operatorname{arsinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{arcosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) \qquad x \geqq 1$$

$$\operatorname{artanh} x = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \qquad |x| < 1$$

$$\operatorname{arcoth} x = \operatorname{artanh} \frac{1}{x} \qquad |x| > 1$$

BEISPIELE

1. arsinh 12,65 = 3,2324

2. arcosh 5,64 = 2,4151

3. artanh 0,687 = 0,8423

4. arcoth 4,08 = 0,2502

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Kennzahl eingeben	K	R/S			
	x	R/S			f(x)

Kennzahlen: arsinh x: K = **2**; arcosh x: K = **–2**; artanh x: K = **0.5**; arcoth x: K = **0**

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe	Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe	Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
				31 00	0			66 13	lnx		
				32 47	*x ≥ t			67 41	R/S	f(x)	
				33 03	3			68 22	GTO		
			K	34 07	7			69 04	4		
00 33	STO			35 01	1			70 02	2		
01 00	0			36 54	:			71 41	R/S	0.	x
02 32	x⇄t			37 34	RCL			72 84	+		
03 41	R/S		x	38 00	0			73 32	x⇄t		
04 33	STO			39 94	=			74 01	1		
05 01	1			40 41	R/S	f(x)		75 94	=		
06 52	(			41 42	RST			76 54	:		
07 14	e^x			42 56	*CP		K	77 52	(		
08 54	:			43 37	*x = t			78 01	1		
09 02	2			44 07	7			79 74	-		
10 74	-			45 01	1			80 32	x⇄t		
11 20	*1/x			46 33	STO			81 94	=		
12 27	*dsz			47 00	0			82 48	* √x		
13 01	1			48 27	*dsz			83 13	lnx		
14 06	6			49 05	5			84 41	R/S	f(x)	
15 93	+/-			50 06	6			85 22	GTO		
16 54	:			51 41	R/S	0.5	x	86 04	4		
17 04	4			52 20	*1/x			87 02	2		
18 94	=			53 22	GTO			88			
19 27	*dsz			54 07	7			89			
20 02	2			55 02	2			90			
21 04	4			56 41	R/S	± 2.	x	91			
22 58	*rtn	f(x)		57 84	+			92			
23 42	RST			58 52	(			93			
24 54	:			59 43	x^2			94			
25 34	RCL			60 84	+			95			
26 01	1			61 34	RCL			96			
27 57	*subr			62 00	0			97			
28 00	0			63 53	)			98			
29 06	6			64 48	* √x			99			
30 39	*EXC			65 94	=						

Programm für Hyperbelfunktionen: PS 00 bis PS 41
Programm für Areafunktionen: PS 42 bis PS 87

Diese Programme sind voneinander unabhängig!

Interpolation durch ganzrationale Funktionen

(Polynom n-ter Ordnung mit $n+1$ Stützstellen)

Gegeben ist eine Menge von $n+1$ Punkten in der Ebene:

$$P_0(x_0|y_0),\ P_1(x_1|y_1),\ \ldots,\ P_n(x_n|y_n)$$

Gesucht ist eine ganzrationale Funktion (Polynom) n-ter Ordnung

$$p_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

mit der Eigenschaft

$$\begin{aligned} p_n(x_0) &= y_0 \\ p_n(x_1) &= y_1 \\ &\ldots\ldots\ldots \\ p_n(x_n) &= y_n \end{aligned}$$

Für die Lösung benützen wir die **Interpolationsformel von Newton.**

$$\begin{aligned} p_n(x) = y_n &+ (x-x_n)S_{n-1,n} \\ &+ (x-x_n)(x-x_{n-1})S_{n-2,n} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &+ (x-x_n)(x-x_{n-1})\cdot\ldots\cdot(x-x_2)(x-x_1)S_{0n} \end{aligned}$$

Die Werte $S_{n-1,n}, S_{n-2,n}, \ldots, S_{0n}$ heißen *Steigungen* (auch *Differenzenquotienten*).

Wir erhalten sie durch Aufstellung eines einfachen Schemas[1]:

i	x_i	y_i	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
0	x_0	y_0					
			S_{01}				
1	**x_1**	y_1		S_{02}			
			S_{12}		S_{03}		
2	x_2	y_2		**S_{13}**		S_{04}	
			S_{23}		**S_{14}**		S_{05}
3	x_3	y_3		**S_{24}**		S_{15}	
			S_{34}		S_{25}		
4	**x_4**	y_4		S_{35}			
			S_{45}				
5	x_5	y_5					

Der in jeder Spalte unten stehende Wert wird in der Interpolationsformel benötigt.

1. Steigungen in der Spalte S_1: $S_{k,k+1} = \dfrac{y_k - y_{k+1}}{x_k - x_{k+1}}$ $\quad k = 0, \ldots, n$

2. Steigungen in der Spalte S_2: $S_{k,k+2} = \dfrac{S_{k,k+1} - S_{k+1,k+2}}{x_k - x_{k+2}}$ $\quad k = 0, \ldots, n-1$

---

[1] Sowohl Abstand als auch Reihenfolge der Stützstellen beliebig!

BEISPIELE

1. Durch $P_0(1{,}7|6{,}5)$, $P_1(9{,}5|0{,}6)$, $P_2(4{,}9|1{,}7)$, $P_3(7{,}1|4{,}5)$, $P_4(3{,}7|1{,}2)$ ist eine Parabel 4. Ordnung zu legen.

$p_4(6{,}0)$ ist zu berechnen.

Lösung: $p_4(6{,}0) = 3{,}192$

i	x_i	y_i	S_1	S_2	S_3	S_4
0	1,7	6,5				
			−0,756410			
1	9,5	0,6		0,161650		
			−0,239130		−0,146591	
2	4,9	1,7		−0,629941		−0,002715
			1,272727		−0,152021	
3	7,1	4,5		0,251783		
			0,970588			
4	3,7	1,2				

2. Durch $P_0(0|1)$, $P_1(1|\sqrt{2})$, $P_2(2|\sqrt{3})$, $P_3(3|2)$ ist eine kubische Parabel zu legen.

$p_3(0{,}5)$, $p_3(1{,}5)$, $p_3(2{,}5)$ sind zu berechnen.

Lösung:

$p_3(0{,}5) = 1{,}222$ $p_3(1{,}5) = 1{,}582$ $p_3(2{,}5) = 1{,}869$

Kontrolle: Es liegt die Funktion $f(x) = \sqrt{1+x}$ vor:

$f(0{,}5) = 1{,}224745$ $f(1{,}5) = 1{,}581139$ $f(2{,}5) = 1{,}870829$

i	x_i	y_i	S_1	S_2	S_3
0	0	1			
			0,414214		
1	1	$\sqrt{2}$		−0,048188	
			0,317837		0,007748
2	2	$\sqrt{3}$		−0,024944	
			0,267949		
3	3	2			

Programmdurchführung

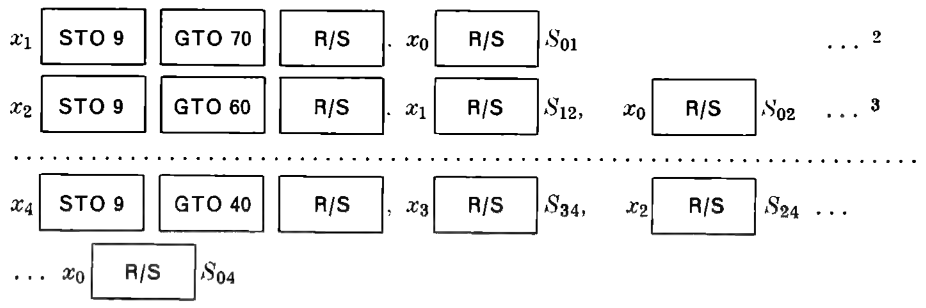
Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1. y – Werte speichern i = 0(1) n	y_i	STO i			y_i
2. Steigungen berechnen					
i = 1(1) n	x_i	STO 9			x_i
		GTO (8 – i).10		R/S	y_i . . . [1]
j = i – 1(–1) 0	x_j	R/S			$S_{i-j,\,i}$
3. Polynomwerte berechnen					
	x	STO 9	RST	R/S	x
j = 1 (1) i	x_j	R/S			x
			CLR	x ⇄ t	P_i (x)

Beachte: $n < 6$; $y_{ii} \triangleq S_{ii}$

Schritt 1:

Im Falle des Beispiels 1 werden zunächst alle y-Werte gespeichert; y_0 in R_0, y_1 in R_1, . . . , y_4 in R_4.

Schritt 2:



Schritt 3:

Es werden die Polynomwerte $P_4(x)$ für $x \in [x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$ errechnet.

Bemerkungen zum Programm:

Mit Hilfe des UPROs 82 (Berechnung der Kehrwerte der benötigten x-Differenzen) werden die Steigungen berechnet.

Mit Hilfe des UPROs 89 (Horner-Schema) werden die Polynomwerte errechnet, die jeweiligen Zwischensummen werden im T-Register gespeichert, wo der Endwert abgerufen wird.

---

[1] **GOTO 70, 60, 50, 40, 30**

[2] Damit ist die Gerade durch P_0 und P_1 festgelegt.

[3] Damit ist die Parabel 2. Ordnung durch P_0, P_1, P_2 festgelegt.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 05	5			66 08	8		
				32 12	INV			67 02	2		
				33 35	SUM			68 30	*PROD		
				34 04	4			69 01	1		
00 34	RCL			35 57	*subr			70 34	RCL		
01 00	0			36 08	8			71 01	1		
02 57	*subr			37 02	2			72 12	INV		
03 08	8			38 30	*PROD			73 35	SUM		
04 09	9			39 04	4			74 00	0		
05 34	RCL			40 34	RCL			75 57	*subr		
06 01	1			41 04	4			76 08	8		
07 57	*subr			42 12	INV			77 02	2		
08 08	8			43 35	SUM			78 30	*PROD		
09 09	9			44 03	3			79 00	0		
10 34	RCL			45 57	*subr			80 34	RCL		
11 02	2			46 08	8			81 00	0		
12 57	*subr			47 02	2			82 41	R/S	$s_{i-j,i}$	x_j
13 08	8			48 30	*PROD			83 74	−		
14 09	9			49 03	3			84 34	RCL		
15 34	RCL			50 34	RCL			85 09	9		
16 03	3			51 03	3			86 94	=		
17 57	*subr			52 12	INV			87 20	*1/x		
18 08	8			53 35	SUM			88 58	*rtn		
19 09	9			54 02	2			89 94	=		
20 34	RCL			55 57	*subr			90 64	×		
21 04	4			56 08	8			91 32	x⇌t		
22 57	*subr			57 02	2			92 52	(		
23 08	8			58 30	*PROD			93 34	RCL		
24 09	9			59 02	2			94 09	9		
25 34	RCL			60 34	RCL			95 74	−		
26 05	5			61 02	2			96 41	R/S	x	x_i
27 57	*subr			62 12	INV			97 53	)		
28 08	8			63 35	SUM			98 84	+		
29 09	9			64 01	1			99 58	*rtn		
30 34	RCL			65 57	*subr						

R_0	R_1	R_2	R_3	R_4
R_5	R_6	R_7	R_8	R_9

Polynom n-ten Grades mit gegebenen Nullstellen

Wenn $x_1, x_2, \ldots, x_n$ Nullstellen des Polynoms n-ten Grades

$p_n(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1x + a_0 \quad (a_j \in \mathbb{R})$

sind, so gilt

$$\begin{aligned}
x_1x_2x_3 \cdot \ldots \cdot x_n &= (-1)^n a_0 \\
&\ldots\ldots\ldots \\
x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \ldots + x_{n-2}x_{n-1}x_n &= -a_{n-3} \\
x_1x_2 + x_1x_3 + \ldots + x_{n-1}x_n &= a_{n-2} \\
x_1 + x_2 + \ldots + x_n &= -a_{n-1}
\end{aligned}$$

BEISPIEL

Wie lautet das Polynom 5. Grades mit den Nullstellen $x_1 = -3$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$, $x_4 = 2$, $x_5 = 4$?

Lösung:

$p_5(x) = x^5 - 6x^4 + x^3 + 48x^2 - 92x + 48$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Vorbereiten	1	*CMs	STO 0		
Nullstellen eingeben					
→ i = 1,2,......,n n ≦ 10	x_i	R/S			x_i
Koeffizienten abrufen					
k = 0,1,2,...,i		RCL k			a_k
←					

Programm

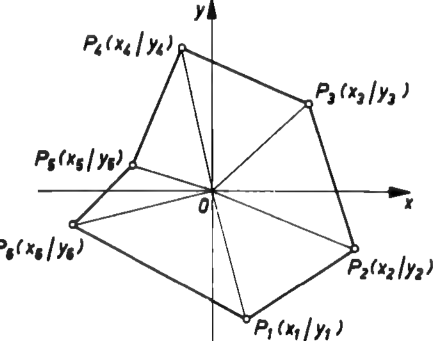
Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x_i
00 93	+/−		
01 30	*PROD		
02 09	9		
03 32	x⇄t		
04 34	RCL		
05 08	8		
06 35	SUM		
07 09	9		
08 32	x⇄t		
09 30	*PROD		
10 08	8		
11 32	x⇄t		
12 34	RCL		
13 07	7		
14 35	SUM		
15 08	8		
16 32	x⇄t		
17 30	*PROD		
18 07	7		
19 32	x⇄t		
20 34	RCL		
21 06	6		
22 35	SUM		
23 07	7		
24 32	x⇄t		
25 30	*PROD		
26 06	6		
27 32	x⇄t		
28 34	RCL		
29 05	5		
30 35	SUM		
31 06	6		
32 32	x⇄t		
33 30	*PROD		
34 05	5		
35 32	x⇄t		
36 34	RCL		
37 04	4		
38 35	SUM		
39 05	5		
40 32	x⇄t		
41 30	*PROD		
42 04	4		
43 32	x⇄t		
44 34	RCL		
45 03	3		
46 35	SUM		
47 04	4		
48 32	x⇄t		
49 30	*PROD		
50 03	3		
51 32	x⇄t		
52 34	RCL		
53 02	2		
54 35	SUM		
55 03	3		
56 32	x⇄t		
57 30	*PROD		
58 02	2		
59 32	x⇄t		
60 34	RCL		
61 01	1		
62 35	SUM		
63 02	2		
64 32	x⇄t		
65 30	*PROD		
66 01	1		
67 32	x⇄t		
68 34	RCL		
69 00	0		
70 35	SUM		
71 01	1		
72 32	x⇄t		
73 30	*PROD		
74 00	0		
75 93	+/−		
76 41	R/S	x_i	
77 42	RST		
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			

R_0 a_0	R_1 a_1	R_2 a_2	R_3 a_3	R_4 a_4
R_5 a_5	R_6 a_6	R_7 a_7	R_8 a_8	R_9 a_9

Querschnittswerte

Sowohl für Maschinenbauer als auch für Bauingenieure ist die Berechnung von Flächeninhalt und Trägheitsmomenten von geradlinig begrenzten Querschnitten von grundlegender Bedeutung.

Wenn ein n-Eck durch die Koordinaten der Eckpunkte, also durch $(x_1 \mid y_1)$, $(x_2 \mid y_2)$, ..., $(x_n \mid y_n)$ gegeben ist, so gelten folgende Formeln:



Beachte:

$P_{n+1} = P_1$

$(x_{n+1} = x_1;\ y_{n+1} = y_1)$

Flächenformel von Gauß:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} (x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k)$$

Koordinaten des Schwerpunkts:

$$x_s = \frac{M_y}{A} = \frac{\frac{1}{6} \sum_{k=1}^{n} (x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k)(x_k + x_{k+1})}{A}$$

$$y_s = \frac{M_x}{A} = \frac{\frac{1}{6} \sum_{k=1}^{n} (x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k)(y_k + y_{k+1})}{A}$$

Trägheitsmomente:

$$I_x = \int y^2 \mathrm{d}A = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{n} (x_k y_{k+1} - y_k x_{k+1})[(y_k + y_{k+1})^2 - y_k y_{k+1}]$$

$$I_y = \int x^2 \mathrm{d}A = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{n} (x_k y_{k+1} - y_k x_{k+1})[(x_k + x_{k+1})^2 - x_k x_{k+1}]$$

$$I_{xy} = \int xy \, \mathrm{d}A = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{n} \left\{ (x_k y_{k+1} - y_k x_{k+1}) \left[(x_k + x_{k+1})(y_k + y_{k+1}) - \frac{1}{2}(x_k y_{k+1} + y_k x_{k+1}) \right] \right\}$$

$$I_{s_x} = I_x - y_s^2 A \qquad I_{s_y} = I_y - x_s^2 A \qquad I_{s_x s_y} = I_{xy} - x_s y_s A$$

Hauptträgheitsmomente:

$$I_1 = \frac{I_{s_x} + I_{s_y}}{2} + \frac{I_{s_x} - I_{s_y}}{2} \cos 2\alpha_0 - I_{s_x s_y} \sin 2\alpha_0$$

$$I_2 = \frac{I_{s_x} + I_{s_y}}{2} - \frac{I_{s_x} - I_{s_y}}{2} \cos 2\alpha_0 + I_{s_x s_y} \sin 2\alpha_0$$

mit $\tan 2\alpha_0 = \dfrac{-2 I_{s_x s_y}}{I_{s_x} - I_{s_y}}$

Es gilt: $I_p = I_{s_x} + I_{s_y} = I_1 + I_2$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		*CMs	RST		
Punktkoordinanten eingeben	x_k	x⇄t			
	y_k	R/S			".5"
		CE			.5
		RST	R/S		
		RCL 1			A
		RCL 2			M_x
		RCL 3			M_y
		RCL 4			I_x
		RCL 5			I_y
		RCL 6			I_{xy}
		R/S			
		RCL 2			x_s
		RCL 3			y_s
		RCL 4			I_{s_x}
		RCL 5			I_{s_y}
		RCL 6			$I_{s_x s_y}$
		RCL 7			I_2
		RCL 8			I_1
		RCL 9			α_0
		RCL 0			I_p

BEISPIEL

Gegeben: $P_1(0|0)$, $P_2(6|0)$, $P_3(6|4)$, $P_4(0|4)$, $P_5(2|3)$, $P_6(6|3)$, $P_7(6|1)$, $P_8(2|1)$, $P_9(2|3)$, $P_{10}(0|4)$

Gesucht: Querschnittswerte

Lösung:

$A = 16 \quad M_x = 36 \quad M_y = 44$

$I_x = 107{,}33 \quad I_y = 179{,}33 \quad I_{xy} = 102$

$x_s = 2{,}75 \quad y_s = 2{,}25$

$I_{s_x} = 26{,}33 \quad I_{s_y} = 58{,}33 \quad I_{s_x s_y} = 3$

$I_2 = 58{,}61 \quad I_1 = 26{,}0$

$\alpha_0 = 10{,}62° \quad I_p = 84{,}66\,5$

Beachte:

Mit dem Programm 1 werden die Werte R_1 bis R_6 berechnet.

Mit dem Programm 2 werden aus diesen Werten die gefragten Querschnittswerte berechnet.

Bei der Berechnung der Querschnittswerte mehrerer Profile müssen daher die Werte R_1 bis R_6 notiert und später — vor der Durchführung des 2. Programms — entsprechend abgespeichert werden.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 52	(			66 64	×		
				32 32	x⇌t			67 34	RCL		
				33 43	x^2			68 09	9		
			P_k	34 84	+			69 35	SUM		
00 74	−			35 03	3			70 07	7		
01 39	*EXC			36 64	×			71 64	×		
02 08	8			37 34	RCL			72 34	RCL		
03 93	+/−			38 09	9			73 00	0		
04 35	SUM			39 43	x^2			74 35	SUM		
05 08	8			40 94	=			75 08	8		
06 94	=			41 35	SUM			76 94	=		
07 33	STO			42 05	5			77 64	×		
08 00	0			43 32	x⇌t			78 32	x⇌t		
09 32	x⇌t			44 64	×			79 30	*PROD		
10 74	−			45 52	(			80 09	9		
11 39	*EXC			46 32	x⇌t			81 30	*PROD		
12 07	7			47 34	RCL			82 00	0		
13 93	+/−			48 08	8			83 94	=		
14 35	SUM			49 43	x^2			84 35	SUM		
15 07	7			50 84	+			85 06	6		
16 94	=			51 03	3			86 34	RCL		
17 33	STO			52 64	×			87 09	9		
18 09	9			53 34	RCL			88 35	SUM		
19 64	×			54 00	0			89 03	3		
20 34	RCL			55 43	x^2			90 34	RCL		
21 08	8			56 94	=			91 00	0		
22 74	−			57 35	SUM			92 35	SUM		
23 34	RCL			58 04	4			93 02	2		
24 07	7			59 34	RCL			94 92	.		
25 64	×			60 07	7			95 05	5		
26 32	x⇌t			61 64	×			96 30	*PROD		
27 94	=			62 34	RCL			97 07	7		
28 35	SUM			63 08	8			98 30	*PROD		
29 01	1			64 84	+			99 08	8	".5"	
30 64	×			65 03	3						

R_0 $y_{k-1}+y$	R_1 4 A	R_2 12 M_x	R_3 12 M_y	R_4 96 I_x
R_5 96 I_y	R_6 96 I_{xy}	R_7 x_k ; Δx	R_8 y_k ; Δy	R_9 $x_{k-1}+x_k$

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
00 04	4		
01 20	*1/x		
02 30	*PROD		
03 01	1		
04 54	:		
05 03	3		
06 54	:		
07 30	*PROD		
08 02	2		
09 30	*PROD		
10 03	3		
11 08	8		
12 94	=		
13 30	*PROD		
14 04	4		
15 30	*PROD		
16 05	5		
17 30	*PROD		
18 06	6		
19 41	R/S		
20 34	RCL		
21 01	1		
22 12	INV		
23 30	*PROD		
24 02	2		
25 12	INV		
26 30	*PROD		
27 03	3		
28 93	+/−		
29 64	×		
30 32	x⇄t		
31 34	RCL		
32 03	3		
33 43	x^2		
34 94	=		
35 35	SUM		
36 05	5		
37 32	x⇄t		
38 64	×		
39 32	x⇄t		
40 34	RCL		
41 02	2		
42 43	x^2		
43 94	=		
44 35	SUM		
45 04	4		
46 34	RCL		
47 02	2		
48 39	*EXC		
49 03	3		
50 64	×		
51 39	*EXC		
52 02	2		
53 64	×		
54 32	x⇄t		
55 94	=		
56 35	SUM		
57 06	6		
58 34	RCL		
59 05	5		
60 33	STO		
61 00	0		
62 74	−		
63 34	RCL		
64 04	4		
65 33	STO		
66 07	7		
67 35	SUM		
68 00	0		
69 94	=		
70 54	:		
71 02	2		
72 94	=		
73 35	SUM		
74 07	7		
75 32	x⇄t		
76 34	RCL		
77 06	6		
78 26	*f(n)		
79 03	R→P		
80 54	:		
81 02	2		
82 94	=		
83 33	STO		
84 09	9		
85 34	RCL		
86 07	7		
87 74	−		
88 32	x⇄t		
89 35	SUM		
90 07	7		
91 94	=		
92 33	STO		
93 08	8		
94 41	R/S		
95			
96			
97			
98			
99			

R_0 ; I_p	R_1 4A ; A	R_2 M_x ; x_s	R_3 M_y ; y_s	R_4 I_x ; I_{s_x}
R_5 I_y ; I_{s_y}	R_6 I_{xy} ; $I_{s_x s_y}$	R_7 ; I_2	R_8 ; I_1	R_9 ; α_0

Numerische Integration

Den Inhalt

$$A = \int_a^b f(x)\,dx$$

der Fläche unter der Kurve $y = f(x)$ von $x = a$ bis $x = b$ kann man z. B. mit Hilfe der **Simpson-Regel**

$$A_n = \frac{b-a}{6n}[y_0 + y_{2n} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2n-1}) + \\ + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2})] \qquad \dots 1$$

berechnen, die für Polynome vom Grad $n \leqq 3$ exakte Werte liefert.

BEISPIEL

Berechne mit Hilfe der Simpson-Regel den Wert von $\int_0^4 e^{0,8x}\,dx$. ...[2]

Lösung:[1]

n	A_n
1	30,229773
2	29,477821
4	29,419768
8	29,415923

Zum Vergleich:

$$\int_0^4 e^{0,8x}\,dx = \left.\frac{e^{0,8x}}{0,8}\right|_0^4 = 29,415663$$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für f(x) eingeben		GTO 79	LRN	.....	
(x im X-Register und in R6 ,		..f(x)..	*rtn	LRN	
[=] darf verwendet werden)					
untere und	a	RST	R/S		1.
obere Grenze eingeben	b	R/S			A_1
				R/S	A_2
				⋮	⋮

[1] n ... Anzahl der Doppelstreifen.

[2] UPRO für $f(x) = e^{0,8x}$ im Programm!

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
				a
00	38	*CMs		
01	33	STO		
02	04	4		
03	12	INV		
04	35	SUM		
05	05	5		
06	57	*subr		
07	07	7		
08	09	9		
09	33	STO		
10	01	1		
11	01	1		
12	33	STO		
13	07	7		
14	41	R/S	1.	b
15	35	SUM		
16	05	5		
17	57	*subr		
18	07	7		
19	09	9		
20	35	SUM		
21	01	1		
22	34	RCL		
23	07	7		
24	39	*EXC		
25	00	0		
26	33	STO		
27	03	3		
28	33	STO		
29	06	6		
30	02	2		
31	12	INV		
32	30	*PROD		
33	05	5		
34	30	*PROD		
35	07	7		
36	34	RCL		
37	04	4		
38	84	+		
39	34	RCL		
40	05	5		
41	94	=		
42	35	SUM		
43	06	6		
44	34	RCL		
45	06	6		
46	57	*subr		
47	07	7		
48	09	9		
49	35	SUM		
50	03	3		
51	34	RCL		
52	05	5		
53	27	*dsz		
54	03	3		
55	08	8		
56	34	RCL		
57	03	3		
58	35	SUM		
59	02	2		
60	84	+		
61	34	RCL		
62	02	2		
63	84	+		
64	51	CE		
65	84	+		
66	34	RCL		
67	01	1		
68	94	=		
69	64	×		
70	34	RCL		
71	05	5		
72	54	:		
73	03	3		
74	94	=		
75	41	R/S	A_n	
76	22	GTO		
77	02	2		
78	02	2		
79	64	×		
80	92	.		
81	08	8		
82	94	=		
83	14	e^x		
84	58	*rtn		
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				

R_0 n (als Zähler)	R_1 $f(a)+f(b)$	R_2 $\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i})$	R_3 $\sum_{i=1}^{n} f(x_{2i-1})$	R_4 a
R_5 $\frac{b-a}{2n}=h_{2n}$	R_6 x_{2i-1}	R_7 n ; 2n	R_8	R_9

RUNGE-KUTTA-Verfahren für Differentialgleichungen 1. Ordnung

Gegeben: $y' = f(x,y)$ und $(x_0|y_0)$ als Ausgangslösung

Gesucht: Näherungslösungen $(x_i|y_i)$, $i = 1, 2, \ldots$

Methode: $x_i = x_{i-1} + h$

$y_i = y_{i-1} + K_i$

h ... zu wählende Schrittweite (konstant)

$$K_i = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

mit

$$k_1 = h \cdot f(x_{i-1},\ y_{i-1})$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_{i-1} + \frac{h}{2},\ y_{i-1} + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_{i-1} + \frac{h}{2},\ y_{i-1} + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = h \cdot f(x_{i-1} + h,\ y_{i-1} + k_3)$$

BEISPIEL

$y' = \sqrt{1+2y}(x + e^{-x})$

$x_0 = 0,\ y_0 = 1{,}5$

x_i	y_i
0	1,5
0,1	1,705341413
0,2	1,922793104
0,3	2,154626769
0,4	2,403278647
0,5	2,671343786
0,6	2,961575946
0,7	3,276891474
0,8	3,620375854
0,9	3,995291955
1,0	4,405089237

Beachte:
Exakte Lösung:
$y(1{,}0) = 4{,}4050896$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für y '=f (x,y) eingeben		GTO 47	LRN	......	
R1 = x ; x =y		......	.....	......	
		......	x	RCL 3	
		*rtn	LRN	RST	
Anfangswert eingeben	x_0	STO 1			x_0
	y_0	STO 2			y_0
	h/2	STO 3			h/2
Näherungswerte berechnen				R/S	x_1
				R/S	y_1
				R/S	x_2
				R/S	y_2
				R/S	x_3
				⋮	⋮

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
00 00	0		
01 33	STO		
02 04	4		
03 57	*subr		
04 04	4		
05 02	2		
06 35	SUM		
07 01	1		
08 84	+		
09 57	*subr		
10 04	4		
11 02	2		
12 84	+		
13 35	SUM		
14 04	4		
15 57	*subr		
16 04	4		
17 02	2		
18 35	SUM		
19 01	1		
20 84	+		
21 51	CE		
22 84	+		
23 57	*subr		
24 04	4		
25 02	2		
26 84	+		
27 34	RCL		
28 04	4		
29 94	=		
30 54	:		

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
31 03	3		
32 94	=		
33 35	SUM		
34 02	2		
35 34	RCL		
36 01	1		
37 41	R/S	x_i	
38 34	RCL		
39 02	2		
40 41	R/S	y_i	
41 42	RST		
42 35	SUM		
43 04	4		
44 34	RCL		
45 02	2		
46 94	=		
47			
48			
49			
50			
51			
52			
53			
54			
55	)		
56	y		
57	(x,		
58	f		
59	' =		
60	y		
61			
62	O		
63	R		
64	P		
65	U		

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
66			
67			
68			
69			
70			
71	x y		
72	:= :=		
73	R_1 x		
74			
75			
76			
77			
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96 64	x		
97 34	RCL		
98 03	3		
99 58	*rtn		

R_0	R_1 x_i	R_2 y_i	R_3 h/2	R_4 $\frac{1}{2}\cdot\sum_{i=1}^{3} k_i$
R_5	R_6	R_7	R_8	R_9

Arbeitszeitermittlung

Gegeben seien für Montag bis Freitag jeweils die Beginnzeit t_1 und die Schlußzeit t_2. ...[2]

Es ist ein Programm für die Berechnung der wöchentlichen Arbeitszeit und der Zuschlagszeit zu schreiben.

Zeit mit Zuschlägen:

0.00– 6.00	100% Zuschlag
6.00– 7.00	50% Zuschlag
18.00–20.00	50% Zuschlag
20.00–24.00	100% Zuschlag

Pausen:

9 Uhr– 9 Uhr 15
12 Uhr–12 Uhr 30

Eingabe: $\underbrace{t_1, t_2}_{\text{Mo}}$, $\underbrace{t_1, t_2}_{\text{Di}}$, ..., $\underbrace{t_1, t_2}_{\text{Fr}}$ ...[2]

Ausgabe:	Mo	t_1	t_2	Arbeitszeit	Zuschlagszeit
	..	..	..	....	....
	Fr	t_1	t_2	Arbeitszeit	Zuschlagszeit
				Gesamtarbeitszeit	Gesamtzuschlagszeit

BEISPIEL

Mo 6.00–17.00 Di 5.00–14.00 Mi 3.00–12.25
Do 9.16–24.00 Fr 7.00–12.00

Lösung: Gesamtarbeitszeit 46.25
Gesamtzuschlagszeit 9.50

Beachte: $x_1 = 6, \quad x_2 = 7, \ldots, \quad x_8 = 20$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
E: Verrechnungsgrenzen	x_i	STO i			
Initialisieren	0	STO 0	STO 9		0.
Arbeitsbeginn	Uhrzeit	R/S			
Arbeitsende	Uhrzeit	R/S			∑A.
				x⇄t	∑Ü.

[1] Annahme: Betriebsschluß Freitag 24 Uhr.
[2] Alle Zeiten in dezimalunterteilten Stunden.

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
00	32	x⇌t		
01	34	RCL		
02	06	6		
03	57	*subr		
04	07	7		
05	03	3		
06	34	RCL		
07	05	5		
08	57	*subr		
09	07	7		
10	03	3		
11	34	RCL		
12	04	4		
13	57	*subr		
14	07	7		
15	03	3		
16	34	RCL		
17	03	3		
18	57	*subr		
19	07	7		
20	03	3		
21	57	*subr		
22	08	8		
23	05	5		
24	57	*subr		
25	07	7		
26	03	3		
27	34	RCL		
28	00	0		
29	93	+/−		
30	94	=		

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
31	33	STO		
32	00	0		
33	34	RCL		
34	08	8		
35	57	*subr		
36	07	7		
37	03	3		
38	34	RCL		
39	01	1		
40	57	*subr		
41	07	7		
42	03	3		
43	34	RCL		
44	07	7		
45	57	*subr		
46	07	7		
47	03	3		
48	34	RCL		
49	02	2		
50	57	*subr		
51	07	7		
52	03	3		
53	57	*subr		
54	08	8		
55	05	5		
56	57	*subr		
57	08	8		
58	05	5		
59	57	*subr		
60	07	7		
61	03	3		
62	34	RCL		
63	09	9		
64	93	+/−		
65	94	=		

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
66	33	STO		
67	09	9		
68	32	x⇌t		
69	34	RCL		
70	00	0		
71	41	R/S		
72	42	RST		
73	74	−		
74	52	(		
75	32	x⇌t		
76	74	−		
77	32	x⇌t		
78	53	)		
79	28	* |x|		
80	94	=		
81	93	+/−		
82	84	+		
83	52	(		
84	58	*rtn		
85	00	0		
86	94	=		
87	54	:		
88	02	2		
89	84	+		
90	52	(		
91	00	0		
92	58	*rtn		
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				

R_0 ∑ Arbeitsstunden	R_1 x_1	R_2 x_2	R_3 x_3	R_4 x_4
R_5 x_5	R_6 x_6	R_7 x_7	R_8 x_8	R_9 ∑ Überstundenzuschlag

Steigungsfunktion (Numerische Differentiation)

Es ist ein Programm zu schreiben für die näherungsweise Berechnung von Werten der Steigungsfunktion.

Es gilt:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Eingabe: U ... untere Grenze
O ... obere Grenze
S ... Schrittweite

BEISPIEL

$f(x) = x - \sin x$

mit

$U = 0 \qquad O = \pi$
$S = \pi/6$
(* fix 5)

Zum Vergleich die „korrekten" Werte:

0
0,13397
0,50000
1,00000
1,50000
1,86603
2,00000

```
3.14159      PRT
0.00000      PRT
0.52360      PRT
0.00010      PRT

0.00000      PRT
0.00000      PRT
0.00000      PRT

0.52360      PRT
0.02360      PRT
0.13400      PRT

1.04720      PRT
0.18117      PRT
0.50004      PRT

1.57080      PRT
0.57080      PRT
1.00005      PRT

2.09440      PRT
1.22837      PRT
1.50004      PRT

2.61799      PRT
2.11799      PRT
1.86605      PRT

3.14159      PRT
3.14159      PRT
2.00000      PRT
```

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für f (x) eingeben		GTO 54	LRN	(	
(darf kein [=] enthalten)		......	f (x)	......	
		)	*rtn	LRN	
Winkelmodus wählen		*RAD			
eingeben : obere Grenze	O	RST	R/S		O
untere Grenze	U	R/S			O – U
Schrittweite	S	R/S			n
	Δ x	R/S			

Beachte: Die in der Spalte „Anzeige" notierten Größen sind die tatsächlich angezeigten Größen und entsprechen **nicht** den ausgedruckten Werten.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			0
00 97	*prt	0	
01 74	-		
02 41	R/S		U
03 33	STO		
04 01	1		
05 33	STO		
06 06	6		
07 97	*prt	U	
08 94	=		
09 54	:		
10 41	R/S		S
11 33	STO		
12 05	5		
13 97	*prt	S	
14 84	+		
15 01	1		
16 94	=		
17 29	*Int		
18 33	STO		
19 00	0		
20 41	R/S		Δx
21 97	*prt	Δx	
22 33	STO		
23 02	2		
24 35	SUM		
25 06	6		
26 34	RCL		
27 06	6		
28 57	*subr		
29 05	5		
30 04	4		
31 74	-		
32 34	RCL		
33 01	1		
34 98	*pap		
35 97	*prt	x_0	
36 57	*subr		
37 05	5		
38 04	4		
39 97	*prt	$f(x_0)$	
40 94	=		
41 54	:		
42 34	RCL		
43 02	2		
44 94	=		
45 97	*prt	$f'(x_0)$	
46 34	RCL		
47 05	5		
48 35	SUM		
49 01	1		
50 27	*dsz		
51 02	2		
52 04	4		
53 41	R/S		
54 52	(		
55 51	CE		
56 74	-		
57 23	sin		
58 53	)		
59 58	*rtn		
60			
61			
62			
63			
64			
65			

R_0 n	R_1 x_0	R_2 Δx
R_5 s	R_6 $x_0 + \Delta x$	R_7

Bemerkung:
Ohne Verwendung des Druckers PC-100 oder PC-100 A sind die Befehle 00, 07, 13, 21, 34 durch [* NOP] und die Befehle 35, 39, 45 durch [R/S] oder [* pause] zu ersetzen.

Im Programm ist (PS 54 bis PS 59) das Unterprogramm für $f(x) = x - \sin x$ angegeben.

PS 55 dient hier als Blindoperation zur Erhaltung der im X-Register stehenden Werte x_0 bzw. $x_0 + \Delta x$.

Vektorrechnung

Skalarprodukt zweier Vektoren, Winkel zwischen zwei Vektoren

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
2	R/S	2.
a_x	R/S	
a_y	R/S	
a_z	R/S	$\lvert\vec{a}\rvert$
b_x	R/S	
by	R/S	0
b_z	R/S	$\lvert\vec{b}\rvert$
	R/S	φ
	x⇄t	$\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\varphi; \quad \varphi = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b})$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

BEISPIEL

Gegeben: $\vec{a} = (5, -2, 1)$

$\vec{b} = (-3, -4, 2)$

Gesucht: $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b})$, $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$

Lösung: $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 99{,}76°$

$|\vec{a}| = 5{,}48$; $|\vec{b}| = 5{,}39$; $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$

Vektorprodukt zweier Vektoren

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
1	R/S	1.
a_x	R/S	
a_y	R/S	
a_z	R/S	$\lvert\vec{a}\rvert$
b_x	R/S	
b_y	R/S	
b_z	R/S	c_x
	R/S	c_y
	R/S	c_z

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - b_y a_z \\ a_z b_x - b_z a_x \\ a_x b_y - b_x a_y \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

BEISPIELE

1. Gegeben: $\vec{a} = (3, 4, 0)$,

$\vec{b} = (-5, 12, 0)$

Gesucht: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

Lösung: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (0, 0, 56)$

2. Es sind Vektoren anzugeben, die sowohl zu

$\vec{a} = (2, 0, 5)$ als auch zu

$\vec{b} = (1, -5, 2)$ normal sind.

Lösung: $\vec{n} = \lambda(\vec{a} \times \vec{b}) =$

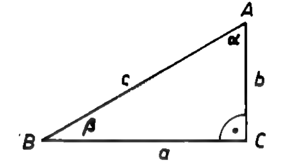
$= \lambda(25, 1, -10)$

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			1 ;2
00 33	STO		
01 00	0		
02 41	R/S	1 ;2	a_x
03 33	STO		
04 01	1		
05 33	STO		
06 02	2		
07 32	x⇄t		
08 41	R/S		a_y
09 33	STO		
10 03	3		
11 64	×		
12 26	*f(n)		
13 03	R→P		
14 41	R/S		a_z
15 33	STO		
16 04	4		
17 33	STO		
18 05	5		
19 26	*f(n)		
20 03	R→P		
21 32	x⇄t		
22 33	STO		
23 06	6		
24 41	R/S	$\|\vec{a}\|$	b_x
25 27	*dsz		
26 06	6		
27 00	0		
28 30	*PROD		
29 03	3		
30 30	*PROD		
31 04	4		
32 41	R/S	b_x	b_y
33 30	*PROD		
34 05	5		
35 30	*PROD		
36 02	2		
37 41	R/S	b_y	b_z
38 30	*PROD		
39 01	1		
40 74	−		
41 34	RCL		
42 05	5		
43 94	=		
44 41	R/S	c_x	
45 34	RCL		
46 04	4		
47 74	−		
48 34	RCL		
49 01	1		
50 94	=		
51 41	R/S	c_y	
52 34	RCL		
53 02	2		
54 74	−		
55 34	RCL		
56 03	3		
57 94	=		
58 41	R/S	c_z	
59 42	RST		
60 30	*PROD		
61 01	1		
62 32	x⇄t		
63 41	R/S		b_y
64 30	*PROD		
65 03	3		
66 26	*f(n)		
67 03	R→P		
68 15	CLR		
69 41	R/S	0	b_z
70 64	×		
71 26	*f(n)		
72 03	R→P		
73 34	RCL		
74 04	4		
75 84	+		
76 34	RCL		
77 01	1		
78 84	+		
79 34	RCL		
80 03	3		
81 94	=		
82 54	:		
83 32	x⇄t	$(\vec{a}.\vec{b})$	
84 41	R/S	$\|\vec{b}\|$	
85 54	:		
86 34	RCL		
87 06	6		
88 94	=		
89 12	INV		
90 24	cos		
91 41	R/S	φ	
92 42	RST		
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			

R_0 Zeiger	R_1 a_xb_z ; a_xb_x	R_2 a_xb_y ; a_x	R_3 a_yb_x ; a_yb_y	R_4 a_zb_x ; a_z
R_5 a_zb_y ; a_z	R_6 $\|\vec{a}\|$	R_7	R_8 belegt	R_9 belegt

Rechtwinklige Dreiecke



Gegeben: c, α
Gesucht: a, b, β

$\beta = \arccos(\sin\alpha)$; $P \to R$: $(\beta; c) \to (a; b)$

BEISPIEL

$c = 15{,}13$
$\alpha = 35{,}34°$

Lösung: $a = 8{,}75$
$b = 12{,}34$
$\beta = 54{,}66°$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
c,α					
Kennzahl eingeben	1	R/S			1.
Seite und	c	R/S			
Winkel eingeben, gesuchte	α	R/S			β
Größen berechnen				R/S	b
				R/S	a

Gegeben: a, α
Gesucht: b, c, β

$b = \dfrac{a}{\tan\alpha}$; $R \to P$: $(a; b) \to (\beta; c)$

BEISPIEL

$a = 18{,}10$
$\alpha = 52{,}48°$

Lösung: $b = 13{,}90$
$c = 22{,}82$
$\beta = 37{,}52°$

a,α					
Kennzahl eingeben	2	R/S			2.
Seite und	a	R/S			
Winkel eingeben, gesuchte	α	R/S			b
Größen berechnen				R/S	β
				R/S	c

Gegeben: a, β
Gesucht: b, c, α

$$b = a \cdot \tan\beta\,; \quad \mathrm{R} \rightarrow \mathrm{P}:\ (b;\, a) \rightarrow (\alpha;\, c)$$

BEISPIEL

$a = 3{,}51$
$\beta = 50{,}05°$

Lösung: $b = 4{,}19$
$c = 5{,}47$
$\alpha = 39{,}95°$

a, β					
Kennzahl eingeben	3	R/S			3.
Seite und	a	R/S			
Winkel eingeben, gesuchte	β	R/S			b
Größen berechnen				R/S	α
				R/S	c

Gegeben: a, b
Gesucht: c, α, β

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} \qquad \mathrm{R} \rightarrow \mathrm{P}:\quad (c;\, b) \rightarrow (\beta;\, c)\,; \quad \alpha = \arccos(\sin\beta)$$

BEISPIEL

$a = 5{,}80$
$b = 3{,}23$

Lösung: $c = 6{,}64$
$\alpha = 60{,}89°$
$\beta = 29{,}11°$

a, b					
Kennzahl eingeben	4	R/S			4.
Seiten eingeben	a	R/S			
und gesuchte Größen	b	R/S			β
berechnen				R/S	α
				R/S	c

Gegeben: a, c $\qquad \alpha = \arcsin \frac{a}{c}$; $\beta = \arccos(\sin \alpha)$

Gesucht: b, α, β $\qquad$ P→R: $(\beta; c) \to (a; b)$

BEISPIEL

$a = 26{,}8$ $\qquad$ *Lösung:* $b = 21{,}25$

$c = 34{,}2$ $\qquad \alpha = 51{,}59°$

$\beta = 38{,}41°$

a ,c					
Kennzahl eingeben	5	R/S			5.
Seiten eingeben	c	R/S			
und gesuchte Größen	a	R/S			α
berechnen				R/S	β
				R/S	b

Programm

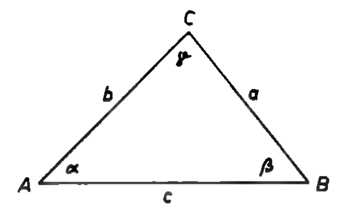
Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
			K
00 33	STO		
01 00	0		
02 27	*dsz		
03 01	1		
04 08	8		
05 41	R/S	1.	c
06 32	x⇄t		
07 41	R/S	α	α
08 23	sin		
09 12	INV		
10 24	cos		
11 41	R/S	β	
12 26	*f(n)		
13 02	P→R		
14 58	*rtn	b	
15 32	x⇄t		
16 41	R/S	a	
17 42	RST		
18 27	*dsz		
19 03	3		
20 04	4		
21 41	R/S	2.	a
22 54	:		
23 32	x⇄t		
24 41	R/S		α ; β
25 25	tan		
26 94	=		
27 58	*rtn	b	
28 26	*f(n)		
29 03	R→P		
30 41	R/S	β ; α	

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
31 32	x⇄t		
32 41	R/S	c	
33 42	RST		
34 27	*dsz		
35 04	4		
36 07	7		
37 41	R/S	3.	a
38 64	x		
39 57	*subr		
40 02	2		
41 03	3		
42 41	R/S	b	
43 32	x⇄t		
44 22	GTO		
45 02	2		
46 08	8		
47 27	*dsz		
48 06	6		
49 02	2		
50 41	R/S	4.	a
51 32	x⇄t		
52 41	R/S		b
53 26	*f(n)		
54 03	R→P		
55 41	R/S	β	
56 23	sin		
57 12	INV		
58 24	cos		
59 22	GTO		
60 03	3		
61 00	0		
62 41	R/S	5.	c
63 54	:		
64 32	x⇄t		
65 41	R/S		a

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
66 94	=		
67 20	*1/x		
68 12	INV		
69 23	sin		
70 57	*subr		
71 00	0		
72 07	7		
73 41	R/S	b	
74 42	RST		
75			
76			
77			
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			

R_0 Zeiger	R_1	R_2	R_3	R_4
R_5	R_6	R_7	R_8 belegt	R_9 belegt

Schiefwinklige Dreiecke



Fall SSS

Gegeben: a, b, c
Gesucht: α, β, γ

$$\gamma = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

α wird mit P→R und R→P berechnet. $\beta = \arccos(-\cos(\alpha + \gamma))$

Größenverhältnisse gleichgültig!

BEISPIEL

$a = 18{,}84$	*Lösung:* $\alpha = 139{,}94°$
$b = 12$	$\beta = 24{,}20°$
$c = 8$	$\gamma = 15{,}86°$

Fall SWS

Gegeben: b, α, c
Gesucht: a, β, γ

β und a werden mit P→R und R→P berechnet.
$\gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$

BEISPIEL

Gegeben:	$b = 25{,}00$	$c = 18{,}00$	$\alpha = 25{,}50°$
Lösung:	$a = 11{,}69$	$\beta = 112{,}98°$	$\gamma = 41{,}52°$

Fall WSW

Gegeben: α, c, β
Gesucht: a, b, γ

$$\gamma = 180° - (\alpha + \beta) \quad \Rightarrow \quad \gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$$

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

Somit: $a = \dfrac{c}{\sin\gamma} \cdot \sin\alpha \qquad b = \dfrac{c}{\sin\gamma} \cdot \sin\beta$

BEISPIEL

$c = 8$	*Lösung:* $a = 18{,}84$
$\alpha = 140{,}00°$	$b = 12{,}00$
$\beta = 24{,}16°$	$\gamma = 15{,}84°$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
SSS					
Kennzahl eingeben	1	R/S			1.
Seiten eingeben	a	R/S			a^2
	b	R/S			$a^2 + b^2$
und Winkel berechnen	c	R/S			γ
		R/S	RCL 2	R/S	α
				R/S	β
SWS					
Kennzahl eingeben	2	R/S			2.
Seiten und	b	R/S			
Winkel eingeben	α	R/S			
und gesuchte Größen	c	R/S			β
berechnen				R/S	γ
				R/S	a
WSW					
Kennzahl eingeben	3	R/S			3.
Seite und	c	R/S			
Winkel eingeben	α	R/S			
und gesuchte Größen	β	R/S			γ
berechnen				R/S	a
				R/S	b

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			K
00 33	STO		
01 00	0		
02 27	*dsz		
03 06	6		
04 00	0		
05 41	R/S	1.	a
06 33	STO		
07 01	1		
08 43	x^2		
09 84	+		
10 41	R/S		b
11 33	STO		
12 02	2		
13 43	x^2		
14 74	–		
15 41	R/S		c
16 43	x^2		
17 94	=		
18 54	:		
19 02	2		
20 54	:		
21 34	RCL		
22 01	1		
23 54	:		
24 34	RCL		
25 02	2		
26 94	=		
27 12	INV		
28 24	cos		
29 32	x⇄t		
30 34	RCL		
31 01	1		
32 57	*subr		
33 03	3		
34 07	7		
35 42	RST		
36 41	R/S	2.	b
37 32	x⇄t		
38 41	R/S	γ	α
39 84	+		
40 26	*f(n)		
41 02	P→R		
42 52	(		
43 41	R/S		c
44 74	–		
45 32	x⇄t		
46 53	)		
47 32	x⇄t		
48 34	RCL		
49 08	8		
50 26	*f(n)		
51 03	R→P		
52 41	R/S	α ; β	
53 94	=		
54 24	cos		
55 93	+/–		
56 12	INV		
57 24	cos		
58 41	R/S	β ; γ	
59 58	*rtn		
60 27	*dsz		
61 06	6		
62 09	9		
63 57	*subr		
64 03	3		
65 06	6		
66 32	x⇄t		
67 41	R/S	a	
68 42	RST		
69 41	R/S	3.	c
70 54	:		
71 52	(		
72 41	R/S		α
73 84	+		
74 32	x⇄t		
75 41	R/S		β
76 33	STO		
77 02	2		
78 53	)		
79 57	*subr		
80 05	5		
81 04	4		
82 23	sin		
83 64	x		
84 32	x⇄t		
85 23	sin		
86 94	=		
87 41	R/S	a	
88 32	x⇄t		
89 64	x		
90 34	RCL		
91 02	2		
92 23	sin		
93 94	=		
94 41	R/S	b	
95 42	RST		
96			
97			
98			
99			

R_0 Zeiger	R_1 a	R_2 b ; β	R_3	R_4
R_5	R_6	R_7	R_8 belegt	R_9 belegt

Fall SSW

Gegeben: a, b, α

Gesucht: c, β, γ

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \qquad \beta = \arcsin\left(b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}\right)$$

$$\gamma = 180° - (\alpha + \beta) \qquad \gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$$

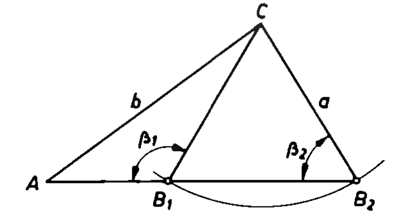
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c} \qquad c = \sin\gamma \cdot \frac{a}{\sin\alpha}$$

Wenn $a \geqq b$, so gibt es genau eine Lösung.

Wenn $a < b$ ist, so können zwei, eine oder keine Lösung vorliegen.

Es gilt für die zweite Lösung:

$\beta_2 = 180° - \beta_1$



BEISPIELE

1. $a = 5$, $b = 4{,}2$, $\alpha = 67°$

Lösung: $c = 4{,}81$, $\beta = 50{,}64°$, $\gamma = 62{,}36°$

2. $a = 3{,}4$, $b = 5{,}2$, $\alpha = 37°$

Lösungen: $c_1 = 5{,}48$, $\beta_1 = 66{,}99°$, $\gamma_1 = 76{,}01°$; $c_2 = 2{,}82$, $\beta_2 = 113{,}01°$, $\gamma_2 = 29{,}99°$

Programmdurchführung

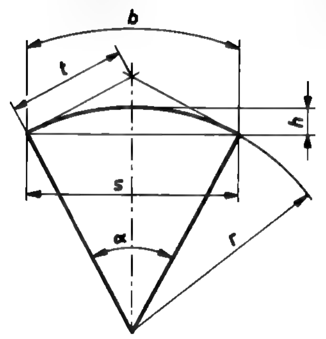
Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		CLR	x⇄t	RST	
die beiden Seiten	a	R/S			
und	b	R/S			
den Winkel eingeben	α	R/S			X
X = "0." : die blinkende					
Null bedeutet : es gibt					
keine Lösung		CE			
X = −2.: zwei Lösungen				R/S	β_1
				R/S	γ_1
				R/S	c_1
				R/S	β_2
				R/S	γ_2
				R/S	c_2
X ≠ "0." und X ≠ −2. :					X = β
eine Lösung , X = β				R/S	γ
				R/S	c

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 02	2			66 94	=		
				32 34	RCL			67 41	R/S	c	
				33 04	4			68 27	*dsz		
			a	34 47	*x ≥ t			69 07	7		
00 33	STO			35 04	4			70 06	6		
01 04	4			36 02	2			71 42	RST		
02 33	STO			37 02	2			72 12	INV		
03 05	5			38 33	STO			73 24	cos		
04 74	-			39 00	0			74 33	STO		
05 41	R/S	a	b	40 93	+/-			75 07	7		
06 33	STO			41 41	R/S	-2.		76 34	RCL		
07 03	3			42 34	RCL			77 07	7		
08 12	INV			43 03	3			78 22	GTO		
09 35	SUM			44 54	:			79 05	5		
10 04	4			45 34	RCL			80 00	0		
11 64	x			46 05	5			81			
12 41	R/S	b	α	47 94	=			82			
13 33	STO			48 12	INV			83			
14 02	2			49 23	sin			84			
15 33	STO			50 41	R/S	β		85			
16 07	7			51 84	+			86			
17 23	sin			52 34	RCL			87			
18 12	INV			53 02	2			88			
19 30	*PROD			54 94	=			89			
20 05	5			55 24	cos			90			
21 94	=			56 93	+/-			91			
22 47	*x ≥ t			57 12	INV			92			
23 02	2			58 24	cos			93			
24 09	9			59 41	R/S	γ		94			
25 01	1			60 35	SUM			95			
26 93	+/-			61 07	7			96			
27 13	ln x	"0."		62 23	sin			97			
28 42	RST			63 64	x			98			
29 37	*x = t			64 34	RCL			99			
30 07	7			65 05	5						

R_0 Zähler	R_1	R_2 α	R_3 b	R_4 a - b
R_5 a/sin α	R_6	R_7 belegt	R_8	R_9

Berechnungen am Kreis
Kreissektor und Kreissegment



$b = r\widehat{\alpha}$ $\qquad t = r \tan\frac{\alpha}{2} \quad \alpha \neq 180°$

$s = 2r \sin\frac{\alpha}{2}$ $\qquad A_{\text{Sektor}} = \frac{br}{2}$

$h = 2r \sin^2\frac{\alpha}{4}$ $\qquad A_{\text{Segment}} = \frac{r^2}{2}(\widehat{\alpha} - \sin\alpha)$

Gegeben: r, $\alpha°$: **Programm 1. a**

Gegeben: r, s: **Programm 1. b**

Gegeben: r, h: **Programm 1. c**

Gegeben: h, s $\quad r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}$ berechnen und dann das Programm durchführen.

Gegeben: s, $\alpha°$ $\quad r = \dfrac{s}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$ berechnen und dann das Programm durchführen.

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
1. Radius eingeben	r	R/S			r
a.) Winkel eingeben	$\alpha°$	R/S			$\widehat{\alpha}$
				R/S	s
				R/S	$h \Rightarrow 2.$
b.) Sehne eingeben	s	GTO 61	R/S		$\alpha°$
				R/S	$\widehat{\alpha}$
				R/S	$h \Rightarrow 2.$
c.) Höhe eingeben	h	GTO 77	R/S		$\alpha°$
				R/S	$\widehat{\alpha}$
				R/S	s
2. Bogenlänge und				R/S	b
Flächen berechnen				R/S	A_{Sektor}
				R/S	A_{Segment}

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe										
					31	43	x^2			66	23	sin		
					32	57	*subr			67	64	×		
					33	01	1			68	02	2		
				r	34	06	6			69	94	=		
00	12	INV			35	41	R/S	h;s		70	57	*subr		
01	79	*RAD			36	34	RCL			71	00	0		
02	33	STO			37	01	1			72	04	4		
03	02	2			38	64	×			73	58	*rtn	$\widehat{\alpha}$	
04	41	R/S	r; α°	α°	39	34	RCL			74	22	GTO		
05	24	cos			40	02	2			75	02	2		
06	79	*RAD			41	64	×			76	05	5		
07	12	INV			42	41	R/S	b		77	54	:		h
08	24	cos			43	34	RCL			78	57	*subr		
09	33	STO			44	02	2			79	01	1		
10	01	1			45	54	:			80	07	7		
11	58	*rtn	$\widehat{\alpha}$		46	02	2			81	48	$*\sqrt{x}$		
12	54	:			47	74	−			82	12	INV		
13	02	2			48	41	R/S	A_{Sektor}		83	23	sin		
14	94	=			49	34	RCL			84	64	×		
15	23	sin			50	01	1			85	02	2		
16	64	×			51	23	sin			86	57	*subr		
17	52	(			52	64	×			87	06	6		
18	34	RCL			53	34	RCL			88	07	7		
19	02	2			54	02	2			89	41	R/S	$\widehat{\alpha}$	
20	64	×			55	43	x^2			90	57	*subr		
21	02	2			56	54	:			91	01	1		
22	53	)			57	02	2			92	02	2		
23	94	=			58	94	=			93	22	GTO		
24	58	*rtn	s		59	41	R/S	$A_{Segment}$		94	03	3		
25	34	RCL			60	42	RST			95	05	5		
26	01	1			61	54	:		s	96				
27	54	:			62	57	*subr			97				
28	04	4			63	01	1			98				
29	94	=			64	07	7			99				
30	23	sin			65	12	INV							

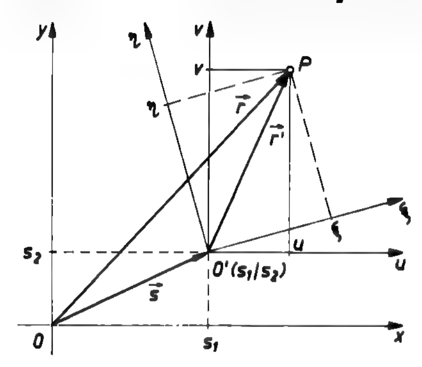
BEISPIEL

Gegeben: $r = 15;\ \alpha = 52°$ Gesucht: b, A_{Sektor}, $A_{Segment}$, s, h, t

Lösung: $b = 13{,}61$ $A_{Sektor} = 102{,}1$ $A_{Segment} = 13{,}45$

$s = 13{,}15$ $h = 1{,}52$ $t = 7{,}32$

Parallelverschiebung und Drehung des Koordinatensystems



$$\xi = (x - s_1)\cos\alpha + (y - s_2)\sin\alpha$$
$$\eta = -(x - s_1)\sin\alpha + (y - s_2)\cos\alpha$$
$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{s} \qquad \begin{cases} u = x - s_1 \\ v = y - s_2 \end{cases}$$

Programm

Kode		Taste	Ausgabe	Eingabe
				x
00	74	−		
01	41	R/S	x	s1
02	94	=		
03	32	x⇄t		
04	41	R/S		y
05	74	−		
06	41	R/S	y	s2
07	94	=		
08	26	*f(n)		
09	03	R→P		
10	74	−		
11	41	R/S		α
12	94	=		
13	26	*f(n)		
14	02	P→R		
15	41	R/S	η	
16	42	RST		

BEISPIELE

1. Gegeben: $x = 7$ $\quad O'(3|-2)$
$y = 9$ $\quad \alpha = 62{,}5°$

Gesucht: ξ, η

Lösung: $\xi = 11{,}60$
$\eta = 1{,}53$

2. Wie lauten die Koordinaten des Punkts $P(2|4)$ in einem um 30° gedrehten Koordinatensystem?

Lösung: $\xi = 3{,}73$ $\qquad \eta = 2{,}46$ $\qquad (s_1 = s_2 = 0)$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
	RST			
x	R/S			x
s_1	R/S			
y	R/S			y
s_2	R/S			
α	R/S			η
			x⇄t	ξ

Gedämpfte Sinusschwingung

$$x = A\,e^{-\delta t}\sin(\omega t + \varphi)$$

A ... Amplitude
δ ... Dämpfungszahl
t ... Zeit

x ... Elongation
ω ... Kreisfrequenz
φ ... Phasenverschiebung

Programm

Kode	Taste	Aus-gabe	Ein-gabe
			t
00 64	×		
01 32	x⇌t		
02 34	RCL		
03 03	3		
04 84	+		
05 34	RCL		
06 04	4		
07 94	=		
08 23	sin		
09 54	:		
10 52	(		
11 32	x⇌t		
12 64	×		
13 34	RCL		
14 02	2		
15 53	)		
16 14	e^x		
17 64	×		
18 34	RCL		
19 01	1		
20 94	=		
21 41	R/S	x	
22 42	RST		

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
	RST	*RAD		
A	STO 1			
δ	STO 2			
ω	STO 3			
φ	STO 4			
t	R/S			x

BEISPIEL

$$x = 5e^{-0{,}6t}\sin(1{,}5t + 0{,}2)$$

t	0	0,2	0,4	0,6
x	0,993	2,126	2,821	3,109
t	0,8	1,0	1,2	1,4
x	3,049	2,721	2,213	1,610
t	1,6	1,8	2,0	2,5
x	0,987	0,406	−0,088	−0,807
t	3,0			
x	−0,826			

Statistik

Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe mit Klasseneinteilung

Falls x_1 mit der Häufigkeit f_1 und x_2 mit der Häufigkeit f_2, ... auftritt, so rechnet man für k Klassen:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j x_j}{n} \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{j=1}^{k} f_j x_j^2 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{k} f_j x_j\right)^2}{n}\right] \qquad n = \sum_{j=1}^{k} f_j$$

PROGRAMM 1

Äquidistante Klassenmitten (Δx = Const)

BEISPIEL

Gegeben:

x_j	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	...[2]
f_j	12	21	41	18	9	7	

Gesucht: $\bar{x}$, s *Lösung:* $\bar{x} = 7{,}611$ $s = 1{,}314$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
Differenz der Klassenmitten	Δx	GTO 27	R/S		Δx
und Anfangswert eingeben	x_1	R/S			x_1
Häufigkeiten (j = 1,...,k)	f_j	R/S			x_{j+1}
Mittelwert und		=	GTO 34	R/S	$\bar{x}$
Standardabweichung berechnen				R/S	s...[1]

[1] Nach der Berechnung von $\bar{x}$ und s können weitere Werte eingegeben werden:

GTO 24 | R/S | f_{j+1} | R/S | ...

[2] $x_1 = 5{,}5$: $\Delta x = 1$

Nichtäquidistante Klassenmitten

BEISPIEL
Gegeben: $x_1 = 5$; $x_2 = 9$; $x_3 = 16$; $x_4 = 17{,}5$; $x_5 = 23{,}4$
Gesucht: $\bar{x}$, s
Lösung: $\bar{x} = 14{,}18$; $s = 7{,}25$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
1	x⇄t	GTO 28	R/S	1.
x_j	R/S			x_j
f_j	R/S			0.
		GTO 34	R/S	$\bar{x}$
			R/S	s...[2]

PROGRAMM 2
In diesem kurzen Programm muß auch bei äquidistanten Klassenmitten jedes x_j einzeln eingegeben werden.

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle		Anzeige
	RST	*CMs	
x_j	R/S		
f_j	R/S		
	GTO 14	R/S	$\bar{x}$
		R/S	s...[3]

[2] Nach der Berechnung von $\bar{x}$ und s können weitere Wertepaare eingegeben werden:

GTO 17 x_{j+1} R/S ...

[3] Nach der Berechnung von $\bar{x}$ und s können weitere Wertepaare eingegeben werden:

x_{j+1} R/S ...

Programm 1

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
00 64	×		
01 41	R/S	x_j	f_j
02 35	SUM		
03 07	7		
04 64	×		
05 35	SUM		
06 05	5		
07 34	RCL		
08 01	1		
09 94	=		
10 35	SUM		
11 06	6		
12 00	0		
13 37	*x = t		
14 02	2		
15 00	0		
16 41	R/S	0.	x_j
17 33	STO		
18 01	1		
19 42	RST		
20 34	RCL		
21 00	0		
22 35	SUM		
23 01	1		
24 34	RCL		
25 01	1		
26 42	RST		
27 56	*CP		
28 38	*CMs		
29 33	STO		1;Δx
30 00	0		
31 22	GTO		
32 01	1		
33 06	6		
34 26	*f(n)		
35 01	Mean		
36 41	R/S	$\bar{x}$	
37 26	*f(n)		
38 00	S.Dev		
39 41	R/S	s	

Programm 2

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x_1
00 64	×		
01 32	x⇌t		
02 41	R/S		f_j
03 35	SUM		
04 07	7		
05 64	×		
06 35	SUM		
07 05	5		
08 32	x⇌t		
09 94	=		
10 35	SUM		
11 06	6		
12 41	R/S		x_j
13 42	RST		
14 26	*f(n)		
15 01	Mean		
16 41	R/S	$\bar{x}$	
17 26	*f(n)		
18 00	S.Dev		
19 41	R/S	s	
20 42	RST		

R_0 1 ; Δx	R_1 x_j	R_2
R_5 $\sum f_j \cdot x_j$	R_6 $\sum f_j \cdot x_j^2$	R_7 $\sum f_j$

Lineare Regression

Gegeben seien n Punkte $(x_1|y_1)$, $(x_2|y_2)$, ..., $(x_n|y_n)$.

Die Gleichung der mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ermittelten Regressionsgeraden lautet: $y = kx + d$

mit $k = \dfrac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$ $\quad \bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$

und $d = \bar{y} - k\bar{x}$ $\quad \bar{y} = \dfrac{\sum y_i}{n}$

Für den *Korrelationskoeffizienten* r gilt: $r = k \cdot \dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$

mit $\sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$ und $\sigma_y = \sqrt{\dfrac{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}}$

BEISPIEL

Gegeben:

x_i	1	2	3	4	5
y_i	1	2	2	3	4

Gesucht: $\bar{x}$, $\bar{y}$, Gleichung der Regressionsgeraden, σ_x, σ_y, r, $y(3{,}2)$, $x(1{,}5)$

Lösung: $\bar{x} = 3{,}00$ $\quad \sigma_x = 1{,}58$ $\quad y = 0{,}70x + 0{,}30$ $\quad r = 0{,}97$
$\bar{y} = 2{,}40$ $\quad \sigma_y = 1{,}14$ $\quad y(3{,}2) = 2{,}54$ $\quad x(1{,}5) = 1{,}71$

Mit Hilfe dieses Programms können auch andere Kurvenanpassungen durchgeführt werden.

Anpassung einer logarithmischen Kurve

Gegeben seien die n Punkte $(\xi_1|\eta_1)$, $(\xi_2|\eta_2)$, ..., $(\xi_n|\eta_n)$.

Ausgleichskurve: $\eta = a + b \cdot \ln \xi$ $\quad (\xi_i > 0)$

Substitutionen: $\ln \xi_i = x_i$ $\quad a = d$
$\eta_i = y_i$ $\quad b = k$

BEISPIEL

Gegeben:

ξ_i	1,5	2	3	4	5
η_i	−15	−11	−3,5	3,5	7

Gesucht: a, b der Ausgleichskurve $\eta = a + b \ln \xi$, $\eta(3{,}2)$

Lösung: $a = d = -23{,}38$ $\quad \eta = -23{,}38 + 18{,}85 \ln \xi$
$b = k = 18{,}85$ $\quad \eta(3{,}2) = -1{,}45$

Anpassung einer Potenzkurve

Gegeben seien n Punkte $(\xi_1|\eta_1)$, $(\xi_2|\eta_2)$, ..., $(\xi_n|\eta_n)$, mit $\xi_i > 0 \wedge \eta_i > 0$.

Ausgleichskurve: $\eta = a \cdot \xi^b$ $\quad (a > 0)$

Linearisierte Funktion: $\ln \eta = \ln a + b \cdot \ln \xi$

.Substitutionen: $\ln \xi = x$ $\quad a = e^d$
$\ln \eta = y$ $\quad b = k$

Anpassung einer Exponentialkurve

Gegeben seien n Punkte $(\xi_1|\eta_1)$, $(\xi_2|\eta_2)$, ..., $(\xi_n|\eta_n)$.

Ausgleichskurve: $\eta = a e^{b\xi}$

Linearisierte Funktion: $\ln\eta = \ln a + b\xi$

Substitutionen: $\xi_i = x_i$ $\quad a = e^d$

$\ln\eta_i = y_i$ $\quad b = k$

Bemerkungen zum Programm

In PS 17 bis PS 41 wird k berechnet, mit PS 45 und PS 46 wird die noch offene Multiplikation (PS 41) abgeschlossen, so daß mit PS 47 $k \cdot \bar{x}$ ins T-Register gebracht wird.

Anschließend (PS 48 bis PS 53) erfolgt die Berechnung von $\bar{y}$ und mit PS 54 und PS 55 die Berechnung von d, das für die Berechnung von x- oder y-Werten im T-Register gespeichert wird.

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1. Vorbereiten		*CMs	RST		
2. Datenpunkte eingeben ...[1]	x	x⇌t			
	y	R/S			i
3. Koeffizienten berechnen		*f(n)	S.Dev	STO 0	σ_x
			GTO 18	R/S	$\bar{x}$
				R/S	k
				R/S	d
				R/S	$\bar{y}$
				R/S	σ_y
				R/S	r
4. Berechnen von y-Werten ..[4]		GTO 80	...[2]		
	x	R/S			y
5. Berechnen von x-Werten ..[4]		GTO 87	...[3]		
	y	R/S			x

---

[1] *Beachte:* Nach Durchführung von 3. muß bei nachträglichem Hinzufügen weiterer Datenpunkte zuerst RST gedrückt werden.

[2] Nur nach Berechnen von x-Werten notwendig.

[3] Nur zur Berechnung des ersten x-Wertes notwendig.

[4] Die Anweisung 3. muß vor 4. oder 5. durchgeführt werden.

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x_1, y_1
00 35	SUM		
01 01	1		
02 64	x		
03 43	x^2		
04 35	SUM		
05 02	2		
06 32	x⇌t	(x_i)	
07 33	STO		
08 00	0		
09 94	=		
10 35	SUM		
11 03	3		
12 34	RCL		
13 00	0		
14 26	*f(n)		
15 04	Σ+		
16 41	R/S	i	x_i, y_i
17 42	RST		
18 26	*f(n)		
19 01	Mean		
20 41	R/S	$\bar{x}$	
21 64	x		
22 34	RCL		
23 01	1		
24 74	−		
25 34	RCL		
26 03	3		
27 94	=		
28 54	:		
29 52	(		
30 01	1		
31 74	−		
32 34	RCL		
33 07	7		
34 53	)		
35 33	STO		
36 04	4		
37 54	:		
38 34	RCL		
39 00	0		
40 43	x^2		
41 64	x		
42 33	STO		
43 08	8		
44 41	R/S	k	
45 26	*f(n)		
46 01	Mean		
47 32	x⇌t		
48 34	RCL		
49 01	1		
50 54	:		
51 34	RCL		
52 07	7		
53 74	−		
54 32	x⇌t		
55 94	=		
56 41	R/S	d	
57 32	x⇌t		
58 41	R/S	$\bar{y}$	
59 64	x		
60 34	RCL		
61 01	1		
62 74	−		
63 34	RCL		
64 02	2		
65 94	=		
66 54	:		
67 34	RCL		
68 04	4		
69 94	=		
70 48	* $\sqrt{x}$		
71 41	R/S	σ_y	
72 20	*1/x		
73 64	x		
74 34	RCL		
75 00	0		
76 64	x		
77 34	RCL		
78 08	8		
79 94	=		
80 41	R/S	r ; y	x
81 32	x⇌t		
82 84	+		
83 32	x⇌t		
84 22	GTO		
85 07	7		
86 06	6		
87 32	x⇌t		
88 74	−		
89 32	x⇌t		
90 94	=		
91 93	+/−		
92 54	:		
93 34	RCL		
94 08	8		
95 94	=		
96 41	R/S	x	y
97 22	GTO		
98 08	8		
99 07	7		

R_0 x_i ; σ_x	R_1 $\sum y_i$	R_2 $\sum y_i^2$	R_3 $\sum x_i y_i$	R_4 1 − n
R_5 $\sum x_i$	R_6 $\sum x_i^2$	R_7 n	R_8 k	R_9

Hypergeometrische Verteilung

Es liegt eine Grundgesamtheit vom Umfang N vor, die Np fehlerhafte und Nq einwandfreie Stücke enthält.

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stichprobe vom Umfang n genau x fehlerhafte Stücke enthält, beträgt dann:

$$P(x) = \frac{\binom{Np}{x} \cdot \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Dem Entnehmen einer Stichprobe vom Umfang n entspricht das n-malige zufällige *Ziehen eines Stücks ohne Zurücklegen.*

Für die *hypergeometrische Verteilung* gilt:

Erwartungswert: $\mu = np$

Varianz: $\sigma^2 = npq \frac{N-n}{N-1}$

Rekursionsformel: $P(x+1) = \frac{(Np-x)(n-x)}{(x+1)(Nq-n+1+x)} \cdot P(x)$

$$P(0) = \frac{Nq \cdot (Nq-1) \cdot (Nq-2) \cdot \ldots \cdot (Nq-n+1)}{N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot \ldots \cdot (N-n+1)}$$
$$= \frac{(Nq-n+1)(Nq-n+2) \cdot \ldots \cdot (N-n)}{(Nq+1) \cdot (Nq+2) \cdot \ldots \cdot N}$$

Verteilungsfunktion: $F(x) = \frac{1}{\binom{N}{n}} \sum_{k=0}^{x} \binom{Np}{k} \cdot \binom{Nq}{n-k}$

BEISPIEL

Aus einer 100er-Packung, die 5 defekte Stücke enthält, wird eine 20er-Stichprobe entnommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich in dieser Stichprobe genau (höchstens)

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

fehlerhafte Stücke befinden?

Lösung: a) 0,319 (0,319) b) 0,420 (0,739) c) 0,207 (0,947) d) 0,048 (0,995) e) 0,005 (1,000)

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
	N	RST	R/S		N
	p	R/S			Nq+1
	n	R/S			P (0)
	x	R/S			P (x)
				R/S	F (x)

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe	Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
				31 01	1			66 37	*x=t		
				32 35	SUM			67 09	9		
				33 02	2			68 02	2		
			N	34 27	*dsz			69 64	x		
00 74	−			35 02	2			70 34	RCL		
01 52	(			36 03	3			71 01	1		
02 51	CE			37 94	=			72 54	:		
03 64	x			38 33	STO			73 34	RCL		
04 41	R/S	N	p	39 08	8			74 02	2		
05 53	)			40 41	R/S	F(x)	x	75 64	x		
06 33	STO			41 84	+			76 34	RCL		
07 00	0			42 01	1			77 00	0		
08 33	STO			43 33	STO			78 54	:		
09 06	6			44 03	3			79 35	SUM		
10 84	+			45 94	=			80 04	4		
11 01	1			46 32	x⇌t			81 01	1		
12 74	−			47 34	RCL			82 12	INV		
13 33	STO			48 05	5			83 35	SUM		
14 01	1			49 33	STO			84 01	1		
15 41	R/S	Nq+1	n	50 00	0			85 35	SUM		
16 33	STO			51 34	RCL			86 02	2		
17 05	5			52 06	6			87 35	SUM		
18 94	=			53 33	STO			88 03	3		
19 33	STO			54 01	1			89 27	*dsz		
20 02	2			55 34	RCL			90 06	6		
21 33	STO			56 07	7			91 04	4		
22 07	7			57 33	STO			92 01	1		
23 34	RCL			58 02	2			93 94	=		
24 02	2			59 34	RCL			94 41	R/S	P(x)	
25 54	:			60 08	8			95 34	RCL		
26 34	RCL			61 33	STO			96 04	4		
27 01	1			62 04	4			97 22	GTO		
28 64	x			63 54	:			98 04	4		
29 01	1			64 34	RCL			99 00	0		
30 35	SUM			65 03	3						

R_0 Np ; n − x	R_1 Nq + 1; N p − x	R_2 Nq − n + 1 + x	R_3 x + 1	R_4 F (x)
R_5 n	R_6 Np	R_7 Nq − n + 1	R_8 P (0)	R_9

Binomialverteilung

p sei die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses E und $q = 1 - p$ die Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten von E.

Wenn sich n Versuche unabhängig voneinander ausführen lassen und p konstant bleibt, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß E genau x-mal eintritt:

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Für die *Binomialverteilung* gilt:

Erwartungswert: $\mu = np$

Varianz: $\sigma^2 = npq$

Rekursionsformel: $P(x+1) = \frac{n-x}{x+1} \cdot \frac{p}{q} P(x)$ $\qquad P(0) = q^n$

Verteilungsfunktion: $F(x) = \sum_{k=0}^{x} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

BEISPIELE

1. Es gelte: $n = 50$ $\quad p = 0{,}15$ $\qquad$ Wie groß ist $P(7)$?

Lösung: $P(7) = \binom{50}{7} \cdot 0{,}15^7 \cdot 0{,}85^{43} = 0{,}157$

2. In einer Großserie sind 5% fehlerhafte Stücke. Es ist die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, daß in einer 20er-Stichprobe

a) genau 3 fehlerhafte Stücke,

b) höchstens 3 fehlerhafte Stücke enthalten sind.

Lösungen: $P(X = 3) = 0{,}060$; $\quad P(X \leqq 3) = F(3) = 0{,}984$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
p	RST	R/S		q
n	R/S			P(0)
x	R/S			P(x)
			R/S	F(x)

Programm

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			p
00 54	:		
01 52	(		
02 93	+/−		
03 84	+		
04 01	1		
05 53	)		
06 33	STO		
07 01	1		
08 94	=		
09 39	*EXC		
10 01	1		
11 45	y^x		
12 41	R/S	q	n
13 33	STO		
14 07	7		
15 94	=		
16 33	STO		
17 02	2		
18 41	R/S	F(x)	x
19 84	+		
20 01	1		
21 33	STO		
22 06	6		
23 94	=		
24 32	x⇄t		
25 34	RCL		
26 07	7		
27 33	STO		
28 00	0		
29 34	RCL		
30 02	2		
31 33	STO		
32 05	5		
33 54	:		
34 34	RCL		
35 06	6		
36 37	*x = t		
37 05	5		
38 04	4		
39 64	×		
40 34	RCL		
41 00	0		
42 64	×		
43 01	1		
44 35	SUM		
45 06	6		
46 34	RCL		
47 01	1		
48 54	:		
49 35	SUM		
50 05	5		
51 27	*dsz		
52 03	3		
53 04	4		
54 01	1		
55 94	=		
56 41	R/S	P(x)	
57 34	RCL		
58 05	5		
59 22	GTO		
60 01	1		
61 08	8		
62			
63			
64			
65			

R_0 n − x	R_1 q ; p/q	R_2 $q^n = P(0)$
R_5 F(x)	R_6 x + 1	R_7 n

Beachte: Wünscht man für ein bestimmtes μ die Werte $P(x)$ und $F(x)$ für $x = 0, 1, \ldots, n$ zu tabellieren, so fügt man nach PS 48 den Befehl R/S und nach SUM 5 (PS 49/50) die Befehle RCL 5 und R/S ein[1].

[1] Die dadurch notwendige Adressenänderung im PS 36 ist zu beachten!

Poisson-Verteilung

Wenn p klein ist und n groß ist, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stichprobe vom Umfang n genau x fehlerhafte Stücke enthält:

$$P(x)=\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!} \qquad (\mu=np)$$

Für die *Poisson-Verteilung* gilt:

Erwartungswert: $\mu=np$

Varianz: $\sigma^2=\mu=np$

Rekursionsformel: $P(x+1)=\frac{\mu}{x+1}P(x) \qquad P(0)=e^{-\mu}$

Verteilungsfunktion: $F(x)=e^{-\mu}\sum_{k=0}^{x}\frac{\mu^k}{k!}$

BEISPIELE

1. Gegeben: $n=60 \quad p=0{,}01$
Gesucht: $P(2)$ — *Lösung:* 0,099

2. Eine Produktion enthalte 3% schlechte Stücke.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in einer Zufallsstichprobe mit $n=80$
a) genau vier Ausschußstücke,
b) vier oder weniger Ausschußstücke
zu finden sind?

Lösungen:
a) $P(X=4)=0{,}125$
b) $P(X\leqq 4)=F(4)=0{,}904$

Programmdurchführung

A
zur Berechnung einzelner Werte

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
µ	STO 1	µ
x	R/S	P (x)
	R/S	F (x)

B
für die Erstellung von Tabellen

Eingabe	Befehle		Anzeige
	CLR		
µ	RST	R/S	P (0)
	R/S		F (0)
	R/S		'x'; P (x)
	R/S		F (x)
	⋮		⋮

Programm A

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			x
00 32	x⇌t		
01 00	0		
02 33	STO		
03 00	0		
04 33	STO		
05 02	2		
06 34	RCL		
07 01	1		
08 93	+/−		
09 14	e^x		
10 54	:		
11 35	SUM		
12 02	2		
13 34	RCL		
14 00	0		
15 37	*x = t		
16 02	2		
17 09	9		
18 01	1		
19 35	SUM		
20 00	0		
21 34	RCL		
22 00	0		
23 64	x		
24 34	RCL		
25 01	1		
26 22	GTO		
27 01	1		
28 00	0		
29 01	1		
30 94	=		
31 41	R/S	P(x)	
32 34	RCL		
33 02	2		
34 41	R/S	F(x)	
35 42	RST		

Programm B

Kode	Taste	Ausgabe	Eingabe
			μ
00 38	*CMs		
01 33	STO		
02 00	0		
03 93	+/−		
04 14	e^x		
05 54	:		
06 41	R/S	P(x)	
07 35	SUM		
08 02	2		
09 34	RCL		
10 02	2		
11 41	R/S	F(x)	
12 01	1		
13 35	SUM		
14 01	1		
15 34	RCL		
16 01	1		
17 59	*pause	'x'	
18 64	x		
19 34	RCL		
20 00	0		
21 22	GTO		
22 00	0		
23 05	5		

Register

Dieses Buch soll den Leser befähigen,

- mit Hilfe des Taschenrechners die eigenen Rechenprobleme schnell und sicher zu lösen,
- ohne Vorkenntnisse bald programmieren zu können,
- die Möglichkeiten seines Taschenrechners voll auszuschöpfen.

Dazu werden sicherlich die vielen ausführlichen Beispiele beitragen.

Der Leser wird schrittweise mit seinem leistungsfähigen Gerät vertraut gemacht. Bereits am Ende des ersten Abschnitts, in dem das Programmieren noch gar nicht erwähnt wird, ist er imstande, einfache Programme selbst zu erstellen.

Im zweiten Abschnitt wird der Leser in die Programmiertechnik eingeführt.

FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM

R. Oldenbourg Verlag Wier

ISBN 3-7029-0125-6
ISBN 3-486-21921-9